

СТРУННЫЕ ТРАНСПОРТНЫЕ СИСТЕМЫ НА ЗЕМЛЕ И В КОСМОСЕ

ДИНАМИКА ВЫХОДА ОТС В КОСМИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО В ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ЗЕМЛИ

Рассмотрим задачу о движении ротора ОТС в атмосфере и открытом космосе в случае экваториального расположения стартовой эстакады. Определим основные закономерности процесса выхода на орбиту при самых общих предположениях относительно свойств ротора и условий его движения [1].

В качестве модели ротора принимаем тонкое упругое кольцо с однородными механическими характеристиками, с конечным числом разделений на фрагменты и последующих этапов упругого или фрикционного расширения. Движение ротора через атмосферу происходит внутри вакуумируемой оболочки, что необходимо для изоляции быстродвижущегося ротора от воздушной среды. Оболочка участвует только в радиальном движении; воздушная среда моделируется стандартной атмосферой.

Анализ решений дифференциальных уравнений движения позволяет исследовать поэтапное движение ротора — его положение, определяемое полярными координатами, соответствующие скорости и ускорения, время движения, действующие силы, степень влияния на динамические характеристики различных параметров ротора и оболочки и т.д. Как будет показано, при произвольно выбранных параметрах радиальное движение ротора является колебательным относительно положения орбиты. Для управления движением ротора с целью гашения колебаний и вывода на заданную орбиту можно использовать фрикционные силы между фрагментами ротора в их телескопических соединениях. Определено соотношение между исходными параметрами ротора и оболочки в начале радиального движения, установлена зависимость между стартовой скоростью ротора и положением орбиты.

Исследована динамика колебательного движения ротора в случае свободного расширения фрагментов; определены критические режимы движения, когда ротор расширяется неограниченно, удаляясь на бесконечность. Такой режим можно использовать для организации транспорта полезных грузов в пределах космической индустриальной зоны Земли или до объектов Солнечной системы и обратно.

1.1. Постановка задачи

Исследуем движение ротора ОТС при выводе на орбиту в плоскости экватора. На участке движения в плотных слоях атмосферы ротор движется внутри вакуумируемой оболочки. Начальное состояние системы ротор-оболочка определяется вращающимся по экватору со скоростью V ротором и неподвижной оболочкой. После освобождения от магнитных подвесов начинается радиальное движение ротора, сообщаемое оболочке. За счет электромагнитных взаимодействий с ротором оболочка получает вращательное движение, дополнительное к вращению вместе с Землей. К моменту отделения оболочки ее общая угловая скорость — ввиду слабости взаимодействий и малости времени движения — имеет малую величину порядка угловой скорости Земли, поэтому вращательным движением оболочки можно пренебречь. Вращение оболочки, как будет показано в дальнейшем, не меняет общей картины движения, внося лишь малые количественные изменения в динамические характеристики системы.

Движение системы ротор-оболочка, а затем движение ротора после сброса оболочки определяется по отношению к движущейся системе отсчета с началом в центре Земли.

Ось Z направлена вдоль оси вращения Земли и ротора, оси X и Y — в плоскости экватора. Влияние Солнца, Луны и других тел солнечной системы не учитываются по причине слабости этого влияния.

Динамическая модель ротора принимается в виде тонкого кольца с однородными механическими свойствами и начальным радиусом r_{p0} , равным экваториальному радиусу Земли. На начальном этапе радиального движения учитывается упругое растяжение кольца; после достижения определенного значения относительной деформации ротор разделяется на фрагменты с телескопическими соединениями. Последующее относительное перемещение фрагментов — этап фрикционного расширения — исследуется с учетом сухого трения.

После выхода соединительных элементов на упоры относительное перемещение фрагментов прекращается, и начинается новый этап упругого растяжения, затем снова происходит разделение на фрагменты, этап фрикционного расширения и т.д.; может быть несколько чередующихся этапов упругого и фрикционного расширения ротора. На каждом этапе рассматриваются усредненные по длине ротора значения массы единицы длины ротора, коэффициента упругости, силы трения и других характеристик.

При колебательном движении ротора возможно относительное перемещение фрагментов, если силы трения в телескопических соеди-

нениях отсутствуют. Полагаем, что такие перемещения фрагментов происходят также при движении ротора по орбите.

Оболочка рассматривается как замкнутый тонкостенный тор, выдерживающая статическое и динамическое давление атмосферы и способная упруго растягиваться до выхода из плотной атмосферы и отделения от ротора. Форма оболочки в сечении может варьироваться от круговой до хорошо обтекаемой каплеобразной.

В рамках принятой модели ротора и оболочки и других оговоренных выше ограничений и свойств определим:

1. Общие условия, необходимые для вывода ротора на заданную круговую орбиту радиуса R_k : величину стартовой скорости V_{p0} ротора, соотношения между исходными параметрами в начале радиального движения, моменты разделения на фрагменты, длины участков упругого и фрикционного расширения и т.д.

2. Параметры управляющего воздействия — в данном случае силы трения — для гашения энергии ротора в радиальном движении с целью неколебательного вывода на орбиту.

3. Параметры радиального и вращательного движения ротора — положение, скорость, ускорение на различных этапах, время движения в режимах аperiодического движения и свободных колебаний и т.д.

4. Условия на конечном этапе, обеспечивающие в положении, определяющем заданную орбиту, одновременное обращение в нуль радиальной скорости, радиального ускорения и деформации фрагментов ротора, что является необходимыми условиями для дальнейшего движения ротора на этой орбите.

1.2. Дифференциальные уравнения движения элемента системы ротор — оболочка в атмосфере

Исследуем влияние упругих сил, представляющих собой внутренние силы системы, на ее движение. Рассмотрим элемент, состоящий из дуги ротора и окружающей его оболочки с начальной длиной l и массами m_p и m_o (рис. 1.1). В качестве обобщенных координат системы принимаем угол поворота φ и текущий радиус r_p орбиты ротора. Кинетическая энергия элемента системы

$$K = \frac{1}{2} (m_p r_p^2 \dot{\varphi}^2 + m_i \dot{r}_p^2),$$

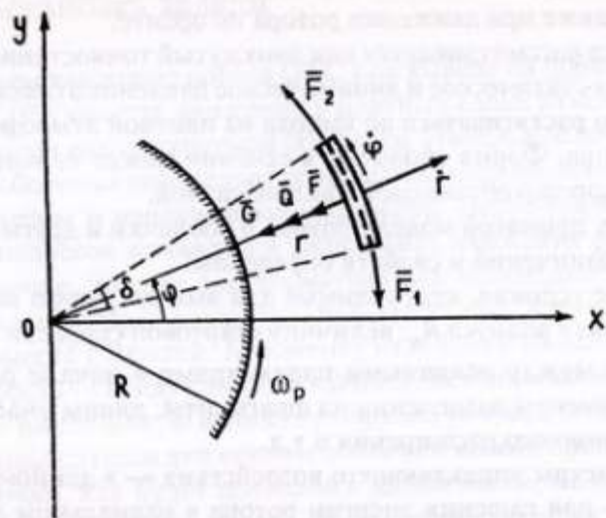


Рис. 1.1. Схема движения элемента системы ротор—оболочка

где $m = m_0 + m_p$; $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ — угловая скорость ротора, $\dot{r}_p = \frac{dr_p}{dt}$ — радиальная скорость ротора и оболочки.

Силы, действующие на выделенный элемент системы:

1. Сила притяжения к центру Земли

$$G = mg \frac{R^2}{r_p^2}, \quad (1.1)$$

где g — гравитационное ускорение на экваторе [4], R — радиус экватора.

2. Силы упругости F_1, F_2 , действующие на концах элемента со стороны остальной части системы ротор—оболочка, при этом $F_1 = F_2 = F, F = C\Delta L$, где $C = C_0 + C_p$ — суммарная жесткость ротора—оболочки, $\Delta L = 2\pi(r_0 - R)$ — удлинение системы ротор—оболочки. Равнодействующая \bar{F} сил \bar{F}_1 и \bar{F}_2 приложена в центре элемента и направлена по радиусу к центру Земли; ее модуль $F = 2F_1 \sin \frac{\delta}{2}$, где $\delta = l/r_p$ — центральный угол дуги l . Ввиду малости δ запишем $F = \delta F_1$, тогда

$$F = 2\pi cl \left(\frac{r_p}{R} - 1 \right).$$

3. Сила \bar{Q} сопротивления атмосферы, с которой контактирует оболочка, участвующая в радиальном движении. С учетом убывания плотности атмосферы

$$Q = \kappa_\Phi \rho_0 \dot{r}_p^2 \exp \left[-\alpha_n \left(\frac{r}{R} - 1 \right) \right],$$

где κ_Φ — коэффициент, зависящий от формы оболочки, ρ_{a0} — начальная плотность атмосферы, α_n — величина, при которой влиянием Q можно пренебречь ($H_n \geq 100$ км).

Используя формализм Лагранжа и опуская индекс p при обозначении текущего радиуса ротора, запишем:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial K}{\partial \varphi} = 0;$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial K}{\partial r} = -G - F - Q.$$

Выполнив дифференцирование, получим после некоторых преобразований и упрощений дифференциальные уравнения движения элемента ротора и оболочки на начальном этапе — от старта с экваториальной эстакады до выхода из плотных слоев атмосферы:

$$\ddot{\varphi} r + 2\dot{\varphi} \dot{r} = 0; \quad (1.2)$$

$$\ddot{r} = \frac{m_p}{m} r \dot{\varphi}^2 - g \frac{R^2}{r^2} - \frac{2\pi cl}{m} \left(\frac{r}{R} - 1 \right) - \frac{\kappa_\Phi \rho_{a0}}{m} \dot{r}^2 \exp \left[-\alpha_n \left(\frac{r}{R} - 1 \right) \right]. \quad (1.3)$$

В уравнении (1.3) первый член представляет собой ускорение от центробежной силы инерции элемента ротора, остальные — от действия указанных выше сил.

Начальные условия задачи

$$\varphi_0 = 0; \quad \dot{\varphi}_0 = \frac{V_0}{R} = \omega_{p0}; \quad (1.4)$$

$$r_{p0} = R; \quad \dot{r}_{p0} = 0, \quad (1.5)$$

где ω_{p0} — начальная угловая скорость ротора.

1.3. Анализ уравнений движения системы в атмосфере

Координата φ является циклической. Интегрирование (1.2) приводит к соотношению, отражающему закон сохранения кинетического момента системы относительно оси Z вращения ротора; с учетом начальных условий (1.4) получим

$$\dot{\varphi} = \omega_0 \frac{R^2}{r^2} = \frac{V_0 R}{r^2}. \quad (1.6)$$

Таким образом, угловая скорость ротора уменьшается при его подъеме обратно пропорционально квадрату расстояния элементов до центра Земли аналогично уменьшению силы притяжения элемента к центру Земли, которая определяется формулой (1.1).

Угловое ускорение меняется обратно пропорционально кубу расстояния до центра Земли; действительно, из (1.2) с учетом (1.6) получим:

$$\ddot{\varphi} = -2V_{p0} R \frac{\dot{r}}{r^3}.$$

Из уравнения радиального движения (1.3) можно определить с помощью условий (1.4), (1.5) радиальное ускорение в начале подъема ротора:

$$\ddot{r}_0 = \frac{m_p}{m} \frac{V_0^2}{R} - g.$$

Вводя безразмерные величины

$$\beta = \frac{V_0^2}{gR} = \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^2, \quad \mu_1 = \frac{m_0}{m_p},$$

где $V_1 = (gR)^{1/2}$ — первая космическая скорость, получим $\ddot{r}_0 = \left(\frac{\beta}{1 + \mu_1} - 1 \right) g$, откуда следует условие начала радиального движения системы ротор-оболочка

$$\beta > 1 + \mu_1$$

или

$$V_0 > \left(1 + \frac{m_0}{m_p} \right)^{1/2} V_1.$$

Пусть, например, $\mu_1 = 0,3$; при значениях $R = 6,37 \cdot 10^6$ м, $g = 9,814$ м/с² имеем: $V_0 = \sqrt{1,3} V_1 = 9 \cdot 10^3$ м/с = 9 км/с. Для начала подъема системы ротор-оболочка в случае $m_0 = 0,3 m_p$ необходимо разогнать ротор по отношению к эстакаде до относительной скорости

$$V_r = V_0 - V_e > 8,54 \text{ км/с},$$

где: V_0 — абсолютная скорость, $V_e = \Omega R = 0,46$ км/с — переносная скорость, Ω — угловая скорость Земли.

Радиальное ускорение при этом невелико; пусть $V_r = 9,54$ км/с, $V_{p0} = 10$ км/с, $\beta = 1,6$, $\mu_1 = 0,3$, тогда $\ddot{r}_0 = 0,233$, $g = 2,28$ м/с². В дальнейшем при расширении ротора и оболочки это ускорение уменьшается, поэтому радиальная скорость при движении в атмосфере будет небольшой, а сопротивление атмосферы невелико.

1.4. Динамика системы ротор-оболочка при движении в атмосфере

Заменяя в уравнении (1.3) $\dot{\varphi}$ с помощью интеграла (1.6) и переходя к безразмерному радиусу $x = r/R \geq 1$, запишем дифференциальное уравнение радиального движения системы в атмосфере:

$$\ddot{x} = F(x) - K_0(x-1) - \rho \dot{x}^2 \exp[\alpha_n(x-1)], \quad (1.7)$$

где

$$F(x, \mu_1) = q_x^2 \left(\frac{\beta}{1 + \mu_1} \frac{1}{x} - 1 \right),$$

$$q = \frac{g}{R}; \quad K_0 = \frac{2\pi c l}{mR}; \quad p = \frac{\kappa_{\Phi} \rho_0 R}{m}. \quad (1.8)$$

Радиальное ускорение \ddot{x} убывает от начального значения

$$\ddot{x}_0 = F(1, \mu_1) = q \left(\frac{\beta}{1 + \mu_1} - 1 \right)$$

до значения $\ddot{x}_1 = F(x_1, \mu_1) - K_0(x_1 - 1)$ в положении $x_1 = 1 + H/R$, где влияние атмосферы исчезает, и происходит сброс оболочки. При этом возможны случаи $\ddot{x}_1 \geq 0$ и $\ddot{x}_1 < 0$. В первом случае очевидно ограничение

$$K_0 \leq \frac{F(x_1, \mu_1)}{x_1 - 1}.$$

Используя соотношение (1.8), это ограничение можно выразить через начальные параметры системы.

Во втором случае необходимо обеспечить условие неотрицательности радиальной скорости \dot{x} , что будет рассмотрено ниже.

Умножим обе части уравнения (1.7) на dx ; левая часть при этом преобразуется к виду $\ddot{x} dx = d\left(\frac{\dot{x}^2}{2}\right)$. Проинтегрируем полученное соотношение с пределами $x_0 = 1$ и x , $\dot{x}_0 = 0$ и \dot{x} ; в результате найдем выражение радиальной скорости на этапе движения системы в атмосфере:

$$\dot{x}^2 = (x - x_0) \left[\frac{q}{x} \left(\frac{\beta}{1 + \mu_1} \frac{x + x_0}{x} - 2 \right) \right] - 2a(x, x_0), \quad (1.9)$$

где $a(x, x_0) = p \int \dot{x}^2 \exp[-\alpha_n(x-1)] dx$ — часть работы сил сопротивления атмосферы, приходящаяся на единицу массы ротора-оболочки.

Определяя из (1.9) x и умножая на R , найдем размерную радиальную скорость $V_{\text{рад}} = R\dot{x}(x)$.

Радиальная скорость \dot{x} возрастает на этапе движения в атмосфере $[x_0, x_1]$ от значения $\dot{x}_0 = 0$ до некоторого максимального. Если $\ddot{x}_1 \geq 0$, то максимальное значение достигается в положении x_1 . Если $\ddot{x}_1 < 0$, то в положении x' , $x_0 < x' < x_1$; ускорение \ddot{x}' обращается в нуль, а затем становится отрицательным.

Уравнение (1.7) допускает точное решение. После несложных преобразований и введения обозначений

$$u(x) = \dot{x}^2, \quad f_1(x) = p \exp[-\alpha_n(x-1)],$$

$$f_2(x) = F(x, \mu_1) - K_0(x-1)$$

получим уравнение первого порядка с переменными коэффициентами

$$u' + 2f_1(x)u - 2f_2(x) = 0, \quad (1.10)$$

Общее решение которого

$$u(x) = 2 \exp[-F_1(x)] \int_{x_0}^x f_2(x) \exp[-F_1(x)] dx,$$

где

$$F_1(x) = 2 \int_{x_0}^x f_1 dx = -\frac{2p}{\alpha_n} \{ \exp[-\alpha_n(x-1)] - 1 \}.$$

Интегралы уравнений (1.6) и (1.10) позволяют получить в квадратурах решение задачи о законе движения системы на этапе движения в атмосфере. Имеем $\dot{x} = [u(x)]^{1/2}$;

$$dt = \frac{dx}{[u(x)]^{1/2}}, \quad (1.11)$$

откуда определяем момент времени, когда ротор достигает положения x :

$$t = \int_{x_0}^x \frac{dx}{[u(x)]^{1/2}} = P(x). \quad (1.12)$$

Решая (1.12) относительно x , получим зависимость

$$x = x(t). \quad (1.13)$$

Согласно (1.6), $d\varphi = \omega_0 \frac{dt}{x^2}$. Воспользовавшись (1.11), получим

$$d\varphi \leq \frac{\omega_0}{x^2 [u(x)]^{1/2}} = \Phi(x), \text{ откуда}$$

$$\varphi \leq \omega_0 \int_{x_0}^x \frac{dx}{x^2 [u(x)]^{1/2}} \quad (1.14)$$

Здесь φ — угол поворота ротора по отношению к инерциальной системе отсчета $OXYZ$. Угловое положение φ' по отношению к системе отсчета $OX'Y'Z'$, связанной с Землей и вначале совпадавшей с $OXYZ$, определяется соотношением

$$\varphi' = \varphi - \omega_3 t = \Phi(x) - \omega_3 P(x). \quad (1.15)$$

Используя зависимость (1.13), выразим φ и φ' в функциях t

$$\varphi = \varphi(t); \quad \varphi' = \varphi'(t). \quad (1.16)$$

Таким образом, получены соотношения, полностью определяющие динамику системы ротор-оболочка на этапе движения в атмосфере.

1.5. Динамика ротора на участке упругого растяжения в открытом космосе

После выхода из плотных слоев атмосферы, т.е. в положении $x_1 = 1 + \frac{H_a}{R}$, происходит сброс оболочки, которая не участвовала во вращательном движении, поэтому уравнение (1.2) и его интеграл (1.6) описывают также дальнейшее движение ротора.

Уравнение радиального движения упрощаются, т.к. сопротивление атмосферы не учитывается, а величина $\mu_1 = 0$;

$$\ddot{x} - F(x, 0) + K_1(x - x_0) = 0, \quad x \geq x_1 \quad (1.17)$$

Здесь коэффициент K_0 заменен на K_1 :

$$K_1 = \frac{2\pi C_1 l}{m_1 R},$$

где C_p и m_p — жесткость ротора и масса его элемента.

Таким образом, радиальное ускорение увеличивается в точке x_1 скачком потому, что $\beta > \frac{\beta}{1 + \mu_1}$ и $K_1 < K_0$; при дальнейшем расширении ротора радиальное ускорение монотонно уменьшается. Как и раньше, возможны два случая.

1. Если ускорение в конце предыдущего этапа удовлетворяет условию $\ddot{x}_1 \geq 0$, то после сброса оболочки оно принимает значение $\ddot{x}_{10} > \ddot{x}_1$, и радиальное движение ускоряется.

2. Если $\ddot{x}_1 < 0$, то дальнейшее движение ротора без замедления требует выполнения условия

$$\ddot{x}_{10} = F(x_1, 0) - K_1(x_1 - x_0) > 0.$$

В этом случае в положении $x = x_1$ и скорость \dot{x} принимает минимальное значение, что соответствует угловой точке на графике $\dot{x}(t)$, показанном на рис. 2.4.

В дальнейшем полагаем, что значения \ddot{x}_{10} и $\dot{x}_{10} = \dot{x}_1$, начальные для участка упругого растяжения $x > x_1$, удовлетворяют условиям $\ddot{x}_{10} > 0$, $\dot{x}_{10} > 0$.

Интегрируя аналогично предыдущему уравнение (1.17) в пределах x_1 и x , \dot{x}_{10} и \dot{x} , получим выражение, определяющее скорость \dot{x} на первом этапе упругого растяжения ротора в космосе:

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_1^2 + (x - x_1) \left[\frac{q}{xx_1} \left(\beta \frac{x + x_1}{xx_1} - 2 \right) - K_1(x + x_1 - 2) \right], \quad x \geq x_1 \quad (1.18)$$

Уравнения (1.17) и (1.18) определяют ускорение и скорость ротора \ddot{x} и \dot{x} в зависимости от его положения x , что позволяет решить задачу об управлении движением ротора при выводе его на орбиту. Действительно, изменяя параметры β и K_1 и связанные с ними параметры V_0 , m_p , c_p , можно влиять на радиальное движение ротора. Анализ условий выхода ротора на заданную орбиту и влияние на этот процесс параметра β будет приведен ниже.

Управление с помощью упругих сил, что соответствует выбору коэффициента K_1 или жесткости ротора C_p , не является эффективным. Действительно, в точке орбиты $x = x_k$ радиальное ускорение и скорость должны одновременно обращаться в нуль:

$$\ddot{x}_k = \dot{x}_k = 0. \quad (1.19)$$

Эти условия в рассматриваемом случае невозможно выполнить одновременно, что следует из уравнений (1.17) и (1.18). Действительно, ускорение $\ddot{x}(x)$ изменяется монотонно, поэтому оно может обратиться в нуль на отрезке $[x_1, x_k]$ только один раз; пусть это произойдет в точке x' , $x_1 < x' < x_k$. Отрицательное ускорение на второй части отрезка $[x', x_k]$ может обратить в нуль скорость \dot{x}_k , но при этом само будет отличным от нуля, и в дальнейшем ротор будет двигаться в обратном направлении. Когда будет пройдено положение x' , ускорение станет положительным, а скорость будет убывать до нуля, после чего цикл движения повторится. Возникает колебательное движение ротора относительно положения \dot{x} .

Если же точка x' , где $\ddot{x} = 0$, совпадает с точкой x_k , то скорость \dot{x}_k достигнет здесь максимального значения, и ротор по инерции пройдет это положение. Дальнейшее его движение будет замедленным до остановки в некотором положении x_{2k} , при этом ускорение $\ddot{x}_{2k} < 0$, следовательно, ротор двинется в обратном направлении.

Итак, совместное действие центробежной силы, силы тяготения и упругой силы обуславливает колебательное движение ротора. Управлению движением ротора с помощью упругих сил препятствует и то обстоятельство, что деформации ротора допустимы только в сравнительно небольших пределах, что связано с реальными значениями упругих, прочностных и других характеристик ротора, а амплитуды колебаний достигают больших, сравнимых с радиусом Земли, значений.

Колебательный характер радиального движения ротора приводит к необходимости использования диссипативных сил, в частности, сил сухого трения. Автором проекта ОТС для реализации варианта управления движением ротора с целью устранения колебаний предложено:

1. Разделение ротора на фрагменты с телескопическим соединением, что предотвращает появление больших деформаций.

Число разделений зависит от радиуса заданной орбиты, размеров фрагментов и их общих частей, а также других технических особенностей конструкции ротора.

2. Подтормаживание силами сухого трения относительного перемещения фрагментов после каждого разделения. Этапы движения ротора, где действуют силы трения, назовем этапами фрикционного расширения. Значения сил трения выбираются, в основном, из условия гашения скорости радиального движения ротора и, соответственно, энергии такого движения.

3. Чередование этапов фрикционного расширения с этапами упругого растяжения ротора в допустимых пределах его деформаций.

Как показано ниже, последний способ диссипации энергии позволяет более эффективно управлять радиальным движением ротора, придавая ему неколебательный характер. При этом выполняются условия (1.19) выхода на постоянную орбиту, а также другие условия, необходимые для движения на орбите.

1.6. Динамика колебательного движения ротора

Характерные особенности динамики ротора определяются при исследовании его колебательного движения в случае свободного расширения, когда фрагменты раздвигаются или сдвигаются в телескопических соединениях без участия сил трения. При исследовании пренебрегаем влиянием атмосферы, как на радиальное, так и на вращательное движение ротора. Такая ситуация возможна, например, при старте ротора с поверхности Луны, Марса или спутников больших планет. Тогда оболочка, предназначенная для защиты ротора от воздействия атмосферы, не нужна, а ротор разделяется на фрагменты в момент начала его радиального движения.

Уравнение радиального движения ротора в этом случае имеет вид

$$\ddot{x} - F(x, 0) = 0, \quad x \geq x_0 \quad (1.20)$$

с начальными условиями

$$x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 0. \quad (1.21)$$

Интегрируя уравнение (1.20) при условиях (1.21), получим:

$$\dot{x}^2 = \frac{q}{x} (x - 1) \left(\beta \frac{x + 1}{x} - 2 \right), \quad x \geq 1, \quad \beta > 1,$$

или

$$\dot{x}(x) = \frac{1}{x} \{ q(x - 1) [(\beta - 2)x + \beta] \}^{1/2}, \quad x \geq 1. \quad (1.22)$$

После разделения переменных и интегрирования определим время движения

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}} \int_1^x \frac{x dx}{[(\beta - 2)x^2 + 2x - \beta]^{1/2}} \quad (1.23)$$

Интеграл в (1.23) согласно [3], вычисляется в зависимости от значения β :

Если $\beta < 2$, то

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}(\beta - 2)} \left\{ \frac{1}{(\beta - 2)^{1/2}} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{1 - (2 - \beta)x}{\beta - 1} \right] - \left[2x - \beta - (2 - \beta)x^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (1.24)$$

если $\beta > 2$, то

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}(\beta - 2)} \left\{ \left[(\beta - 2)x^2 + 2x - \beta \right]^{1/2} - \frac{1}{\beta - 2} \times \left\{ (\beta - 2)[(\beta - 2)x^2 + 2x - \beta]^{1/2} + (\beta - 2)x + 1 \right\} \times \ln \frac{\left\{ (\beta - 2)[(\beta - 2)x^2 + 2x - \beta]^{1/2} + (\beta - 2)x + 1 \right\}}{\beta - 1} \right\} \quad (1.25)$$

Наконец, если $\beta = 2$:

$$t = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{q} \right)^{1/2} (x + 2)(x - 1)^{1/2} \quad (1.26)$$

Анализ найденных зависимостей приводит к следующим результатам.

1. Ускорение радиального движения \ddot{x} , согласно (1.20), обращается в нуль в единственной точке $x = \beta$. Если $x < \beta$, то $\ddot{x} > 0$ и ротор расширяется; если $x > \beta$, то $\ddot{x} < 0$, и ротор замедляет свое движение; а при $\dot{x} > 0$ — сужается. Следовательно, устойчивая орбита, где отсутствует радиальное движение ротора, может быть только в положении $x_k = \beta$.

Используя выражение β , найдем

$$V_0 = (x_k g R)^{1/2} = (x_k)^{1/2} V_1 \quad (1.28)$$

— стартовая скорость ротора, необходимая для достижения относительной орбиты $x_k = r_k/R$. Здесь g , R , V_1 — соответственно ускорение свободного падения, радиус и первая космическая скорость небесного объекта, с которого стартует ротор (Луна, Марс и др., включая Землю, если пренебречь действием атмосферы).

2. Скорость радиального движения \dot{x} , определяемая соотношением (1.22), имеет более сложную зависимость от координаты x . На постоянной орбите эта скорость отсутствует, поэтому рассмотрим условие $\dot{x} = 0$. Это условие выполняется в точке $x = 1 = x_0$, т.е. в начале радиального движения, что согласуется с начальными условиями (1.21).

Обращение подкоренного выражения (1.22) в нуль в точке $x_k = \beta$ приводит к результату $\beta = 1$, или $x_k = x_0$, следовательно, орбита совпадает в этом случае с исходным положением ротора. Значение $V_0 = V_1$, как известно, достаточно только для уравновешивания центробежной силы тяжести на поверхности планеты.

Если $\beta > 1$, то радиальная скорость свободного расширения ротора в положении $x_k = \beta$ отлична от нуля:

$$\dot{x}(x_k) = \left(\frac{q}{\beta} \right)^{1/2} (\beta - 1) = \frac{x_k - 1}{(x_k)^{1/2}} \frac{V_1}{R}$$

Размерная величина радиальной скорости имеет вид

$$V_{\text{рад}} = \dot{x}(x_k) R = \frac{x_k - 1}{(x_k)^{1/2}} V_1 \quad (1.29)$$

Эту скорость и соответствующую ей кинетическую энергию ротора в радиальном движении $\Delta K = M V_{\text{рад}}^2 / 2$ необходимо погасить для придания движению неколебательного характера. Используя выражения (1.28) и (1.29), найдем КПД системы на этапе вывода ротора на орбиту:

$$K_2 = \frac{K_0 - \Delta K}{K_0} = 1 - \left(\frac{V_{\text{рад}}}{V_0} \right)^2 = \frac{2x_k - 1}{x_k^2}$$

Для рассмотренного случая $x_k = 1,5$ получим в условиях Земли: $V_{\text{рад}} = 0,408 V_1 = 3,23$ км/с, $K_2 = 0,889$.

Итак, при свободном расширении ротор проходит относительную орбиту $x_k = \beta > 1$ с отличной от нуля радиальной скоростью. Характер движения зависит от соотношения величины β к значению $\beta_{кр} = 2$, называемому в дальнейшем критическим параметром β .

Если $1 < \beta < \beta_{кр}$, то радиальная скорость равна нулю в положении x_{2k} , определяемом обращением в нуль второго множителя подкоренного выражения (1.22):

$$x_{2k} = \frac{\beta}{2 - \beta} = \frac{x_k}{2 - x_k}. \quad (1.30)$$

В точке x_{2k} ротор имеет нулевую радиальную скорость и отрицательное радиальное ускорение и в дальнейшем движется в обратном направлении, проходя положение x_k с отличной от нуля радиальной скоростью. Затем знак радиального ускорения изменится, движение станет замедленным и ротор остановится в положении x_0 (диссипация энергии отсутствует), после чего повторится движение в прямом направлении и т.д. Таким образом, радиальное движение ротора при его свободном расширении является колебательным в интервале $[x_0, x_{2k}]$ относительно положения $x = x_k$.

Относительная орбита x_{2k} отстоит от x_k на величину $\Delta x_{2k} = x_k - x_{2k} = \frac{\beta - 1}{2 - \beta} x_k$. Если $x_k = \beta = 1,5$, то $x_{2k} = 3$, $\Delta x_{2k} = 1,5$ или в размерных величинах: высота орбиты над экватором $H_k = (x_k - 1) R = 0,5 R$, высота верхнего положения, где ротор остановится, $H_{2k} = 2R$; таким образом, размахи колебаний составляют: вниз от положения орбиты на $0,5R$, вверх от этого положения на $1,5R$, т.е. в три раза больше.

Время движения в зависимости от положения ротора определяется формулой (1.24). Полупериод колебаний, т.е. время движения до орбиты $x = x_{2k}$:

$$\frac{\tau}{2} = \frac{\pi}{[q(2 - \beta)^3]^{1/2}}.$$

В случае $x_k = \beta = 1,5$ период составляет приблизительно 239 мин.

Если $\beta = \beta_{кр}$, то, согласно (1.22), не существует конечного значения $x > 1$, где радиальная скорость обращается в нуль. Следовательно, ротор в этом случае удаляется на бесконечно большое расстояние, если

не касаться технических вопросов реализуемости такого движения. Этот результат следует также из формулы (1.30). Время движения в зависимости от положения x определяется формулой (1.26).

Стартовая скорость, необходимая для этого варианта движения и имеющая смысл второй космической скорости для ротора, определяется согласно (1.28), для орбиты $x_k = \beta = 2$:

$$V_0 = (2gR)^{1/2} = \sqrt{2} V_1 = V_2$$

Для Земли V_2 , что совпадает с известным значением второй космической скорости, при которой любой дискретный объект удаляется от Земли на бесконечность.

Таким образом, при свободном расширении в случае $\beta = \beta_{кр}$ ротор, пройдя положение $x_k = \beta_{кр}$ (где $\ddot{x} = 0$, после чего ускорение меняет знак) нигде более не останавливается и удаляется на бесконечность. При этом скорость радиального движения, согласно (1.22) уменьшается, принимая в пределе нулевое значение.

Полученные результаты имеют принципиальное значение, так как накладывают существенные ограничения на выбор орбит роторов ОТС.

Если $\beta > \beta_{кр}$, то $V_0 > V_2$; здесь также, как и при $\beta = \beta_{кр}$ ротор при свободном расширении удаляется на бесконечность, но в этом случае радиальная скорость на бесконечности имеет значение, отличное от нуля: $\dot{x}_\infty = [q(\beta - 2)]^{1/2}$. Зависимость времени движения от положения определяется формулой (1.25).

В заключение отметим:

1. Действие центробежной и гравитационной сил, а также силы упругости при упругом растяжении приводят к колебательному радиальному движению ротора относительно положения орбиты. В зависимости от значения параметра β (или стартовой скорости ротора V_0) возможны случаи, когда ротор расширяется неограниченно, удаляясь на бесконечность.

2. Силы трения между фрагментами или любые другие диссипативные силы, как показано ниже, меняют картину движения ротора: колебательное движение может стать затухающим или вообще неколебательным. Критическое значение параметра $\beta_{кр}$ при этом может увеличиваться, принимая любые значения, что приводит к увеличению радиусов постоянных орбит ротора и снятию указанных выше ограничений.

3. Использование диссипации энергии радиального движения возможно лишь частично, до некоторого положения ротора $x' < x_k$. Если в этом положении радиальная скорость обращается в нуль, а затем ротор свободно расширяется без влияния диссипативных сил, то он будет совершать колебания на некотором интервале $[x', x'']$ относительно орбиты x_k . Такой ротор может быть транспортным средством для связи с концентрическими индустриальными комплексами, движущимися по орбитам x' и x'' .

4. Описанные выше варианты, когда при радиальном движении ротор удаляется на бесконечность, можно использовать для транспортирования полезных грузов (сырья, энергии, готовой продукции и т.д.) с Луны, Марса и других небесных объектов со слабой атмосферой или вовсе без нее. После старта с поверхности таких объектов фрагменты ротора полностью отделяются друг от друга и, с некоторыми вращательной и радиальной скоростями движутся по развертывающимся спиральям. Сообщая фрагментам дополнительные импульсы, например, с помощью реактивных двигателей или солнечных парусов можно обеспечить движение фрагментов в направлении к космической индустриальной зоне Земли.

1.7. Уравнения движения ротора на участке фрикционного расширения

Как показано выше, для гашения колебательного радиального движения ротора при выводе на заданную орбиту необходимо использовать диссипативные силы. Ими могут быть силы сухого трения между фрагментами в телескопических соединениях; силы электромагнитного взаимодействия при преобразовании механической энергии в электрическую в режиме ее генерации в тех же соединениях; реактивные силы струй жидкости, взятой в качестве балласта, направленного против движения ротора; а также различные сочетания этих сил. Для гашения колебаний можно использовать также поэтапное сбрасывание частей оболочки. Наиболее рациональный способ диссипации энергии радиального движения должен удовлетворять всем требованиям технического и конструктивного характера.

Будем исследовать лишь два способа диссипации — путем использования фрикционных сил и подъема частей оболочки, а также некоторое их сочетание.

Как отмечено в п. 1.1, этап упругого расширения завершается разделением ротора на фрагменты; для предотвращения резкого сжатия растянутых фрагментов вводится фрикционное торможение в их

телескопических соединениях. Кроме диссипации энергии упругого растяжения ротора, фрикционные силы используются и для диссипации энергии радиального движения, придавая ему характер аperiodического движения.

Пусть в положении $x_2 > x_1$ ротор разделяется на фрагменты. Таких разделений может быть несколько, допустим n , тогда каждое разделение является частичным: разделяется только n -я часть числа соединительных узлов ротора, предназначенных к разделению его на фрагменты. Возможны и другие способы разделения, допустим сразу во всех соединительных узлах; мы ограничимся рассмотрением указанного способа.

Число узлов и фрагментов, размеры фрагментов и их общих частей в телескопических соединениях должны быть определены из условия возможности выхода на орбиту радиуса $r_k = x_k R$. При этом должны выполняться условия:

1. Ротор не теряет целостности, т.е. фрагменты полностью не отделяются.

2. При движении по орбите фрагменты могут совершать свободные перемещения относительно друг друга, что исключает появление в них деформаций и напряжений.

После разделений ротор представляет собой систему неразделенных и раздвигающихся фрагментов, относительное перемещение которых тормозится силами трения. Силы трения могут изменяться по некоторой программе в зависимости от положения x ротора, что достигается изменением нормального давления между фрикционными элементами или коэффициента трения на разных участках.

Погашенная энергия радиального движения ротора переходит в тепловую и рассеивается затем в массе ротора и в космосе. Фрикционные элементы при этом изнашиваются, испытывая тепловые и силовые нагрузки. Поэтому представляется рациональным способ частичного и поочередного разделения ротора на фрагменты: их фрикционные элементы, отслужив на некотором участке радиального движения и, возможно, потеряв необходимые эксплуатационные свойства, в дальнейшем не используются, замещаясь другими на очередных фрагментах.

На участке фрикционного расширения имеем систему неразделившихся и нераздвигающихся фрагментов с разными упругими, прочностными и другими свойствами, различными удельными массами и т.д. Кроме центробежных и гравитационных сил, пропорциональных массам элементов, на эти фрагменты действуют силы трения и упругие силы, возникающие при натяжении элементов. Для разных пар соединенных друг с другом фрагментов относительные перемещения

могут быть различны. При расчете движения конкретного ротора, с заданными механическими свойствами, конкретным устройством системы разделения на фрагменты, с известными свойствами фрикционных элементов и т.д. необходимо построение полной схемы движения, вывод соответствующих дифференциальных уравнений, их анализ и решение.

При исследовании динамики движения ротора при выводе на орбиту рассмотрим модель ротора с усредненными свойствами: средним значением удельной массы, средними величинами сил трения и т.д. Натяжение элементов ротора силами трения приводит к их деформации, но значительно меньшей по сравнению с деформацией на этапе упругого расширения, когда возможно относительное перемещение фрагментов.

Жесткости элементов неразделенного ротора и его разделенных фрагментов отличаются на несколько порядков. Для целого ротора:

$$C_p = \frac{E S_p}{L}$$

где E — модуль упругости материала ротора, S_p — площадь его поперечного сечения, L — длина ротора.

Для элементов разделенного ротора

$$C_{ij} = \frac{E_i S_i}{L_{ij}},$$

где E_i , S_i — модуль упругости и площадь поперечного сечения отдельных фрагментов, L_{ij} — расстояние между фрикционными элементами с номерами j и $j+1$ на i -ом фрагменте.

Если величины E_i , S_i сравнимы с E и S_p , то расстояние L_{ij} намного меньше общей длины ротора L . Поэтому жесткость C_{ij} на несколько порядков превышает C_p и на отдельных участках между фрикционными элементами фрагментов ротор можно полагать нерастяжимым.

Рассмотрим, как и раньше, элемент ротора с длиной элемента l и массой $m = m_p/x_2$ после разделения в точке x_2 ; кроме центробежной и гравитационной сил на концах элемента приложены силы натяжения \bar{F}' и \bar{F}'' , направленные по касательным и численно равные суммарным силам трения, действующим на фрикционные устройства фрагмента, содержащего данный элемент: $F' = F'' = F_{2тр}$. Действие сил \bar{F}' и \bar{F}'' такое же, как и на рис. 1.1 для сил упругости \bar{F}_1 и \bar{F}_2 ; их равнодействующая

$$F = F_{2тр} l / r_2 = \frac{F_{2тр} l}{x_2 R}$$

приложена в центре элемента и направлена по радиусу противоположному движению.

Первый этап фрикционного расширения происходит из положения x_2 до положения x_3 , где разделившиеся фрагменты выходят на упоры в телескопических соединениях, и далее начинается второй этап упругого расширения.

Силы трения являются внутренними силами ротора, поэтому уравнение вращательного движения (1.2) и интеграл (1.6) не применяются и на этапе $[x_2, x_3]$. Уравнение радиального движения меняется: в правой части вместо упругих сил и их равнодействующей появляются силы трения и их равнодействующая \bar{F}_2 . Дифференциальное уравнение радиального движения на этапе фрикционного расширения принимает вид:

$$\ddot{x} - F(x, 0) + f_2 = 0, \quad x_2 \leq x < x_3, \quad (1.31)$$

$$f_2 = \frac{F_{2тр} l}{m_p R^2}$$

Выше предполагалось, что сила трения $F_{2тр}$ изменяется в зависимости от радиального положения ротора x . Это свойство потребуется на заключительном участке перед выходом на орбиту. На первом участке фрикционного расширения будем полагать $F_{2тр}$ и f_2 постоянными. Чтобы ускорение \ddot{x} стало отрицательным, и, следовательно, радиальное движение замедленным, необходимо выполнить условие

$$f_2 \geq F(x_2, 0).$$

Если потребовать обращения в нуль ускорения \ddot{x} в некоторой точке $x' > x_2$ участка фрикционного разрешения, то

$$f_2 \geq F(x', 0) = f_2', \quad x_2 < x' \leq x_3.$$

Для $x > x'$ ускорение отрицательно и в дальнейшем убывает.

Из условия неразрушения фрикционных элементов следует $F_{тр} \leq F_{max}$, поэтому величина f_2 должна быть ограничена сверху:

$$f_2 \leq f_2 \leq f_{max} = \frac{F_{max} l}{m_p R^2}. \quad (1.32)$$

Случай $f_2' > f_{max}$ означает, что радиальное ускорение не обращается в нуль на участке $[x_2, x_3]$.

Интегрируя (1.31) находим зависимость радиальной скорости от положения ротора:

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_2^2 + (x - x_2) \left[\frac{q}{xx_2} \left(\beta \frac{x + x_2}{xx_2} - 2 \right) - 2f_2 \right], \quad x_2 \leq x \leq x_3, \quad (1.33)$$

где \dot{x}_2^2 определяется на конце участка упругого расширения, согласно (1.18). Энергия упругого расширения элемента ротора, накопленная на участке $[x_0, x_2]$, может быть погашена работой сил трения на некотором участке $[x_2, x'']$, где происходит фрикционное подтормаживание. Это можно выразить равенством работ упругих сил и силы трения:

$$K_1 (x_2 - x_0)^2 / 2 = f_2 (x'' - x_2), \quad x_2 < x'' < x_3,$$

где f_2 подчиняется ограничениям (1.32). Работа силы трения на участке $[x'', x_3]$ идет на диссипацию энергии радиального движения ротора.

Фрикционное расширение происходит на участке, начальная и конечная точки которого выбираются по определенному правилу; ниже предлагается один из возможных вариантов методики выбора таких точек.

1.8. Выбор участков упругого и фрикционного расширения. Динамика управляемого радиального движения ротора

Выберем чередующиеся участки упругого и фрикционного расширения ротора, применительно к задаче вывода ротора на орбиту в положение $x_k = 1,5$ т.е. с высотой $H_k = 0,5 R = 3185$ км. Приняв в качестве характерного размера 1 км подъема, что соответствует шагу

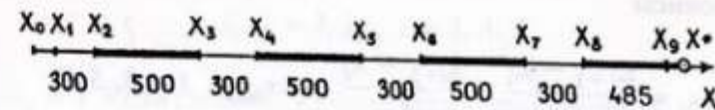


Рис. 1.2. Схема участков упругого и фрикционного расширения ротора

$\Delta x = 1,57 \cdot 10^{-4}$, получим для безразмерной высоты значение $h_k = 3185 \Delta x$.

На рис. 1.2 вдоль оси X , на которой откладывается безразмерный радиус ротора, приведена возможная схема участков упругого и фрикционного расширения ротора, последние выделены большей толщиной. Целые числа снизу участков — 300, 500 и т.д. — означают в размерных величинах — километры высоты; в безразмерных — число шагов Δx .

Номера точек, разделяющих участки, подчиняются определенному правилу. Нечетные точки x_1, x_3, x_5, x_7 являются точками выхода ротора на участки упругого расширения, которые в дальнейшем обозначаются теми же номерами. Точка x_1 соответствует началу выхода ротора без оболочки на участок упругого расширения в космосе. В точке x_1 безразмерная деформация ротора $\Delta x_1 = x_1 - x_0$ отлична от нуля; в точках x_3, x_5, x_7 , которые являются концами предшествующих участков фрикционного расширения, деформации равны нулю. Точка x_9 — особая точка последнего участка фрикционного расширения (см. п. 1.9).

Четные точки x_2, x_4, x_6, x_8 являются точками разделения ротора на фрагменты и началом участков фрикционного расширения; последние также будут иметь четные номера. Точку $x_0 = 1$ можно включить в число четных точек, учитывая, что она является начальной на участке $[x_0, x_1]$, где вместо внутренних диссипативных сил (фрикционных) действуют внешние — силы аэродинамического сопротивления атмосферы и притяжения оболочки к Земле.

Отметим три критерия выбора точек $x_2, x_3, x_4, \dots, x_8$ и тем самым величин участков упругого и фрикционного расширения.

Первый критерий следует из условия ограниченности относительных деформаций ротора на участках его упругого расширения. Пусть допустимая величина относительной деформации

$\Delta x_{\max} = 0,05$, тогда величина участков упругого расширения определяется условием

$$\Delta x_i = \frac{L_{i+1} - L_i}{L_i} = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i} \leq \Delta x_{\max}, \quad i = 3, 5, 7, \quad (1.34)$$

где $L_i = 2\pi x_i R$ — длина ротора в положениях x_i .

На первом участке упругого расширения

$$\Delta x_1 = \frac{x_2 - x_0}{x_0} = 300 \Delta x = 0,0471 < 0,05,$$

т.е. Δx_1 также удовлетворяет ограничению (1.34). Нетрудно убедиться, что на остальных участках упругого расширения при указанных на рис. 1.2 величинах это условие также выполняется.

Второй критерий связан с ограничением величины силы трения. Для погашения кинетической энергии радиального движения необходимо, чтобы сумма работ сил трения на всех участках фрикционного расширения была приблизительно равна энергии

$$\Delta K_2 = \frac{(x_k - 1)^2}{x_k} \frac{mV_1^2}{2},$$

где вместо x поставлено x_k . Чем больше длина фрикционных участков, тем меньше может быть величина сил трения и тем легче выполнить верхние ограничения (1.26) и тем самым обеспечить большую надежность работы фрикционных элементов. Следовательно, участки фрикционного расширения должны быть возможно длинней.

Зависимость радиальной скорости от положения ротора x упрощает определение сил трения. Пусть в точке x_2 радиальная скорость имеет значение \dot{x}^2 ; потребуем, чтобы в конце x_3 участка фрикционного расширения скорость уменьшилась, например, на $\frac{1}{4}$: $\dot{x}_3 = \frac{3}{4}\dot{x}_2$. Подставив это значение в (1.33) при $x = x_3$, находим соответствующее значение f_2 . На 4 и 6-м участках фрикционного расширения величины f_4 и f_6 подсчитываются из условий

$$\dot{x}_5 = \frac{1}{2}\dot{x}_4; \quad \dot{x}_7 = \frac{1}{4}\dot{x}_6.$$

Общее правило можно было бы записать в виде

$$\dot{x}_{i+1} = \lambda_i \dot{x}_i, \quad i = 2, 4, 6 \quad (1.35)$$

где $0 \leq \lambda_i \leq 1$. Если скорость в конце этапа фрикционного расширения уменьшается в λ_i раз, то кинетическая энергия радиального движения в конце этого этапа уменьшается в λ_i^2 раз. Определяемые из (1.33) значения f_i проверяются на выполнение ограничений (1.32). Если ограничения сверху нарушаются, то пересматриваются длины участков фрикционного разрушения, число разделений на фрагменты и т.д. После выхода ротора в космос, можно не вводить участки упругого расширения и использовать только фрикционное расширение на участке $[x_1, x_k]$ с заданной программой изменения коэффициента $\lambda(x)$ убывания радиальной скорости и, тем самым, энергии радиального движения ротора. Зависимость $\lambda(x)$, через которую выражается величина $f(x)$, должна при этом удовлетворять ограничениям (1.32).

Третий критерий связан с заданной высотой орбиты, от которой зависит удлинение ротора, число и длина фрагментов, их общих частей, число разделений на фрагменты и другие технические требования. Например, для выбранной на рис. 1.2 схемы движения принималось, что при первом разделении ротора суммарная длина общих частей фрагментов обеспечивает увеличение его длины на величину

$$\Delta L = L_3 - L_0 = 1600 \pi = 5024 \text{ км.}$$

При этом выполняется условие, по которому в конце первого этапа $[x_0, x_3]$, включающего участки упругого и фрикционного расширения, деформация ротора равна нулю. Такие же изменения длины ротора на втором и третьем этапах, несколько меньше — на четвертом.

Динамика радиального движения ротора на участках $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ описывается уравнениями, аналогичными (1.17), (1.18) на участках упругого расширения (нечетные значения i) и (1.31), (1.33) на участках фрикционного расширения (четные значения i).

На участках упругого расширения ($i = 1, 3, 5, 7$):

$$\ddot{x} = F(x, 0) - K_i(x - x_i), \quad x_i \leq x \leq x_{i+1};$$

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_i^2 + (x - x_i) \left[\frac{q}{xx_i} \left(\beta \frac{x + x_i}{xx_i} \right) - K_i(x - x_i) \right], \quad (1.36)$$

где $K_i = \frac{2\pi C_i l}{m_p R}$, C_i — жесткость ротора на i -м участке. Для $i = 1$ уравнения несколько отличаются, имея вид (1.17) и (1.27).

На участках фрикционного расширения ($i = 2, 4, 6$):

$$\ddot{x} = F(x, 0) - f_i, \quad x_i \leq x \leq x_{i+1};$$

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_i^2 + (x - x_i) \left[\frac{q}{xx_i} \left(\beta \frac{x + x_i}{xx_i} - 2 \right) - 2f_i \right],$$

где $f_i = \frac{F_{i\text{тр}} l}{m_p R^2}$, $F_{i\text{тр}}$ — суммарная сила трения, действующая на фрагменты на i -м участке фрикционного расширения. Величины f_i определяются из условий (1.35):

$$f_i = \frac{\dot{x}_i^2}{2} \frac{1 - \lambda_i^2}{x_{i+1} - x_i} + \frac{q}{2x_{i+1}x_i} \left(\beta \frac{x_{i+1} + x_i}{x_{i+1}x_i} - 2 \right). \quad (1.37)$$

Другие динамические характеристики ротора — время движения $t(x)$, угол поворота $\varphi(x)$ и т.д., определяются аналогично соотношениями (1.11) — (1.16), где $u(x) = x^2$ определяется согласно (1.36), (1.37) на каждом участке $i = 1, 3, \dots, 7$.

1.9. Движение ротора на заключительном этапе

Заключительный этап радиального движения ротора перед выходом на орбиту не может происходить в режиме упругого или, тем более, свободного расширения: в обоих случаях ротор будет совершать колебательное движение (см. п.п. 1.5 и 1.6).

Действительно, при положительной радиальной скорости и положительном ускорении в точке x_8 ротор в общем случае проходит положение x_k с отличной от нуля радиальной скоростью, что приводит к колебаниям. Следовательно, для завершения процесса диссипации энергии и полного гашения радиальной скорости необходимо, чтобы на этом этапе радиальное ускорение было отрицательным, а это возможно в рамках принятой модели движения только в режиме фрикционного расширения. Для более эффективного управления движением ротора и возможности удовлетворения некоторым дополнительным условиям, будем считать суммарную силу трения $F_{8\text{тр}}$ переменной, зави-

сящей от положения ротора x . Дифференциальное уравнение радиального движения ротора имеет вид

$$\ddot{x} = F(x, 0) + f_8(x), \quad x \geq x_8. \quad (1.38)$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_8^2 + \frac{q}{xx_8} (x - x_8) \left(\beta \frac{x + x_8}{xx_8} - 2 \right) - 2 \int_0^x f_8(x) dx. \quad (1.39)$$

Для вывода ротора на орбиту x_k требуется выполнить условие (1.19)

$$\ddot{x}_k = \ddot{x}(x_k) = 0; \quad \dot{x}_k = \dot{x}(x_k) = 0. \quad (1.40)$$

При выходе на орбиту и при дальнейшем движении по ней должны выполняться еще два условия.

1. Свободное, без сопротивлений, относительное перемещение фрагментов (раздвижение и сдвижение) в их телескопических соединениях. На больших интервалах времени на ротор оказывают влияние возмущающие воздействия Луны и Солнца, вызывая периодические изменения формы и длины отдельных участков ротора. Чтобы противодействовать этим негативным последствиям, следует дать возможность совершаться указанным изменениям без значительных сопротивлений и, следовательно, без диссипации энергии, потери орбитальной скорости и раннего схода с орбиты. Примерно таков механизм, обеспечивающий длительное существование колец Сатурна, Урана и других больших планет.

2. Устранение в момент выхода на орбиту деформаций и напряжений фрагментов ротора.

Оба условия обеспечиваются, если потребовать обращения в нуль в положении x_k и при дальнейшем движении ротора на орбите сил трения:

$$f_8(x_k) = 0. \quad (1.41)$$

Нарушение этого условия приведет к заклиниванию фрагментов и, как следствие, появление в них напряжений. При демонтаже ротора, например, для строительных работ, возможно резкое (ударное) их разгружение.

Условие $\ddot{x}_k = 0$ с учетом (1.38) и (1.41) приводит к результату

$$\beta = x_k, \quad (1.42)$$

который указывает, что постоянная орбита ротора возможна только в том положении x_k , где обращается в нуль равнодействующая центробежной и гравитационной сил. Если эта равнодействующая не равна нулю, то имеется соответствующее радиальное ускорение, возникает и радиальная скорость, и, следовательно, ротор будет совершать радиальное движение.

Равенство (1.42) является необходимым условием выхода ротора на орбиту в положении x_k . Учитывая, что $\beta = V_0^2/gR$, стартовая окружная скорость

$$V_0 = (x_k g R)^{1/2} = (x_k)^{1/2} V_1. \quad (1.43)$$

Для $x_k = 1,5$ получим $V_0 = 9,68$ км/с, величина $\mu = m_0/m_p$ при этом должна быть меньше 0,5.

Определим еще орбитальную скорость ротора, используя интеграл (1.6):

$$V_{\text{орб}} = r_k \dot{\varphi}_k = \frac{V_0}{x_k} = \frac{V_1}{(x_k)^{1/2}}. \quad (1.44)$$

Найденное значение $V_{\text{орб}}$ может быть проверено с помощью известного для свободного дискретного объекта массы m условия — равенство на круговой орбите радиуса r_k силы притяжения и центробежной силы:

$$mg \frac{R^2}{r_k^2} = m \frac{V_{\text{орб}}^2}{r_k},$$

откуда

$$V_{\text{орб}} = \left(\frac{gR^2}{r_k} \right)^{1/2} = \left(\frac{gR}{x_k} \right)^{1/2},$$

что совпадает с (1.44). Если $x_k = 1,5$, то $V_{\text{орб}} = 6,45$ км/с.

Рассмотрим второе условие (1.40) и определим зависимость $f_8(x)$ при условии (1.41). Разобьем участок $[x_8, x_k]$ точкой x_9 на две

части; пусть на первой части $f_8 = \text{const}$, на второй части $f_8(x)$ убывает от f_8 до нуля по линейному закону:

$$f_8(x) = \begin{cases} f_8 = \text{const}, & x_8 \leq x \leq x_9; \\ f_8 = \frac{x_k - x}{x_k - x_9}, & x_9 \leq x \leq x_k. \end{cases} \quad (1.45)$$

В этом случае интеграл в (1.39) принимает значения:

$$J(x) = \int_{x_8}^x f_8(x) dx = \begin{cases} f_8(x - x_8), & x_8 \leq x \leq x_9; \\ f_8(x_9 - x_8) + f_8 \frac{x - x_9}{x_k - x_9} [x_k - \frac{1}{2}(x + x_9)], & x_9 \leq x \leq x_k. \end{cases}$$

В точке $x = x_k$ получим: $J(x_k) = \frac{1}{2} f_8(x_9 + x_k - 2x_8)$. Пусть $x_9 = x_8 + 400 \Delta x$; для x_k найдем $x_k = x_8 + 485 \Delta x$; тогда

$$J(x_k) = \frac{1}{2} f_8 885 \Delta x.$$

Величину f_8 определим из условия, чтобы в точке x_k радиальная скорость уменьшалась до нуля. Согласно (1.39),

$$\dot{x}_8^2 + \frac{q}{x_k x_8} (x_k - x_8) \left(\beta \frac{x_k + x_8}{x_k x_8} - 2 \right) - 885 f_8 \Delta x = 0. \quad (1.46)$$

Отсюда определяется значение f_8 и зависимость (1.45), удовлетворяющая условиям (1.40) и (1.41) выхода ротора на орбиту x_k .

Таким образом, условия вывода ротора ОТС на орбиту в заданном положении x_k имеют вид (1.42), (1.43). Динамика ротора на завершающем этапе определяется уравнениями (1.38), (1.39) и соотношениями (1.45), (1.46); движение ротора на орбите подчиняется условиям (1.40), (1.41), (1.44).

Критическое значение параметра β может быть увеличено: путем подбора значений f_8 , удовлетворяющих условию (1.45) при $\beta \geq 2$ и конечных значениях x_k .

1.10. Задача о выводе ротора ОТС на орбиту. Пример

Зададим значения трех групп параметров задачи.

1. Постоянные параметры: радиус R Земли, гравитационное ускорение g на экваторе, начальная плотность ρ_0 атмосферы и др. Для модели стандартной атмосферы приняты $H_a = 6665$ м — пьезометрическая высота усредненной атмосферы с постоянной температурой, $\alpha_n = H_a/R = 995,736$ — показатель степени экспоненты в формуле Галлея, определяющей убывание плотности с высотой [5, 18].

2. Параметры, определяющие положение орбиты, величину соответствующей стартовой скорости ротора, его механические свойства, аэродинамические характеристики оболочки и др.:

$$x_k = 1,5; \quad V_0 = \sqrt{x_k} V_1 = 9,68 \cdot 10^3 \text{ м/с}; \quad m_p = 25 \text{ кг/м},$$

$$m_0 = 0,2m_p = 5 \text{ кг}; \quad C_1 = ES/L = 42,39 \text{ Н/м},$$

где $E = 2,16 \cdot 10^{11}$ Н/м² — модуль упругости стали, $S = \pi d^2/4$ — площадь сечения ротора, $d = 0,1$ м, $L = 2\pi R = 4 \cdot 10^7$ м; $\lambda = C_x S_0/2 = 0,1365$ м², где $C_x = 0,9$ — коэффициент лобового сопротивления оболочки, $S_0 = d_0 l$ — площадь сечения элемента оболочки, $d_0 = 0,3$ м — диаметр оболочки, l — длина элемента.

3. Параметры, определяющие положение участков упругого и фрикционного расширения ротора, точки разделения на фрагменты (рис. 1.2) и др.; задаем также шаг итераций на каждом из участков, коэффициенты убывания радиальной скорости в конце фрикционных участков, согласно правилу (1.35). Полагаем коэффициенты $\lambda_2 = 1$; $\lambda_4 = 0,5$; $\lambda_6 = 0,25$ и т.д.

Задачу решаем без учета ограничений на силы трения типа (1.32).

На графиках представлено изменение характеристик радиального движения ротора в зависимости от его положения и заданных режимов движения на отдельных участках оси x , вдоль которой отложены значения безразмерного радиуса.

На рис. 1.3 показано изменение радиального ускорения $w = \ddot{x}R$ м/с². На участке $[x_0, x_1]$ движения в атмосфере ускорение является результатом сложного взаимодействия нелинейных сил; наибольшее возмущение вносит аэродинамическая сила сопротивления радиальному движению оболочки. В точке x_1 выхода из атмосферы происходит

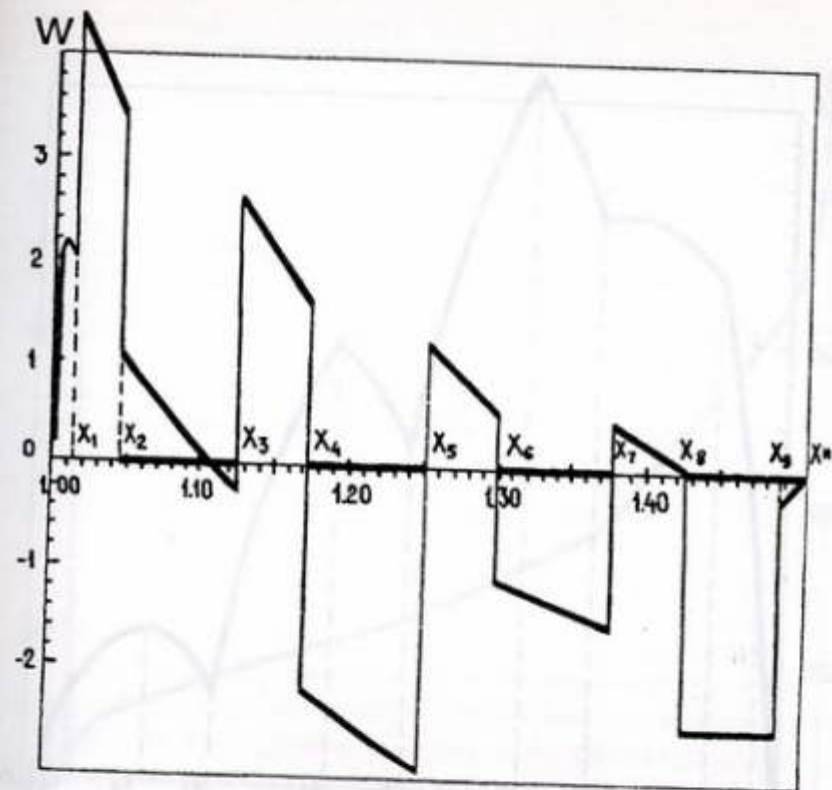


Рис. 1.3. Радиальное ускорение ротора

сброс оболочки и скачкообразное увеличение ускорения. На первом участке упругого расширения $[x_1, x_2]$ ускорение монотонно уменьшается до точки x_2 , где происходит разделение на фрагменты и начинается участок фрикционного расширения с включением постоянной по величине тормозящей силы трения, что снова приводит к скачкообразному изменению ускорения. на участке $[x_2, x_3]$ ускорение, впервые меняя знак, становится отрицательным.

Изменение w на остальных участках происходит аналогично; на заключительном участке $[x_8, x_k]$ — процесс происходит так, как описано в п. 1.9. Вследствие малости влияния на ускорение центробежной и гравитационной сил, на участке $[x_8, x_9]$ в пределах точности чертежа ускорение постоянно. На участке $[x_9, x_k]$ ускорение меняется линейно, обращаясь в нуль в конечной точке x_k .

Из графика ускорений можно определить силу трения на фрикционных участках. Наибольшее значение достигается в точке x_4 ; соглас-

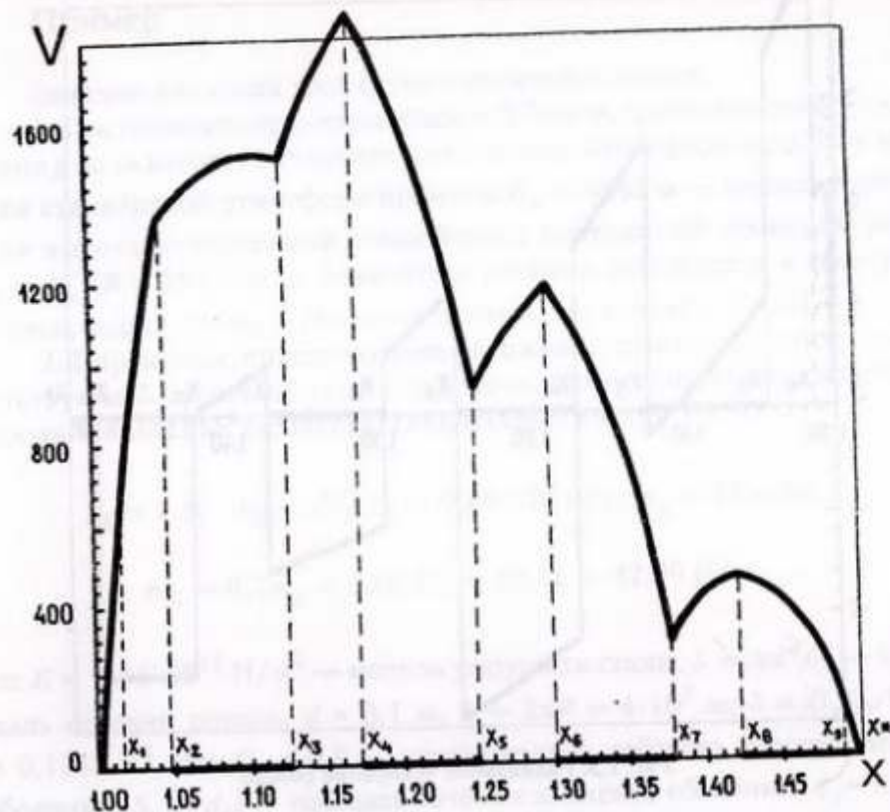


Рис. 1.4. Радиальная скорость ротора

но соотношениям $\Delta w_4 = f_4 R = 3,8 \text{ м/с}^2$ и $f_4 = F_{4\text{тр}} l / m_1 R^2$ получим:
 $F_{4\text{тр}} = m_1 R \Delta w_4 / l = 6,08 \cdot 10^5 \text{ кН}$.

На других участках фрикционного расширения сила трения уменьшается. Усредненное значение силы трения можно определить из условия равенства ее работы на перемещении, равном сумме приращений длины ротора на фрикционных участках:

$$F_{\text{тр}} \Delta L = M_1 V_{\text{рад}}^2 / 2,$$

где $\Delta L = 2\pi \cdot 1985 \cdot 10^3 \text{ м}$, $V_{\text{рад}}^2 = (x_k - 1)^2 V_1^2 / x_k$, M_p — масса ротора, откуда $F_{\text{тр}} = 4,19 \cdot 10^5 \text{ кН}$.

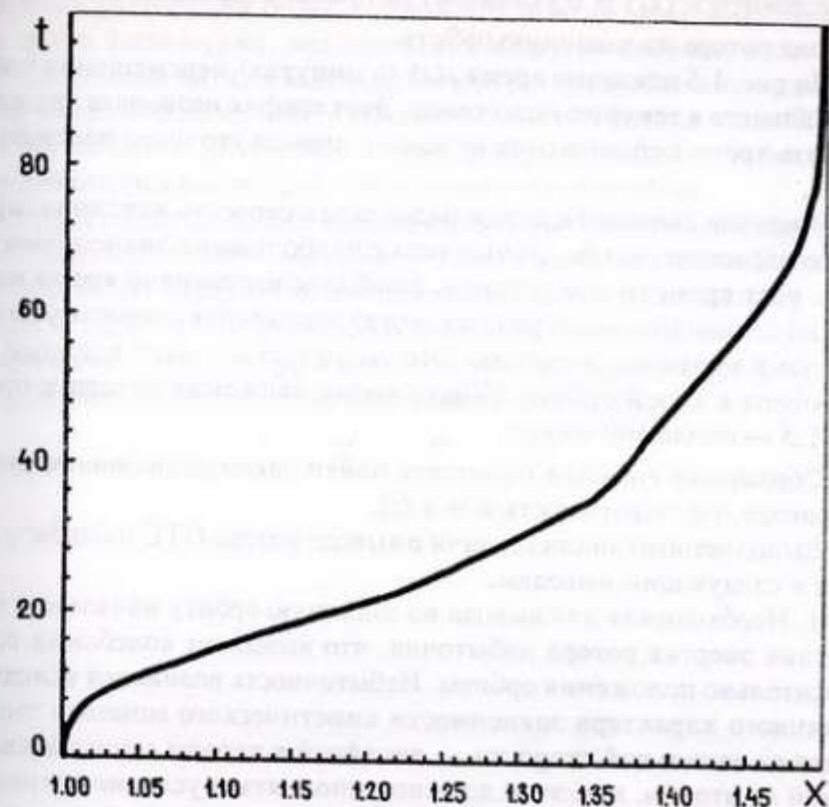


Рис. 1.5. Время движения ротора в зависимости от его положения

Если участки упругого расширения заменить фрикционными, т.е. иметь один участок фрикционного расширения $[x_1, x_k]$, то среднее значение силы трения уменьшится: $F_{\text{тр}} = 2,6 \cdot 10^5 \text{ кН}$.

На рис. 1.4 представлен график изменения радиальной скорости $V = \dot{x}R \text{ м/с}$. На участках упругого расширения, где ускорение положительно, происходит увеличение скорости; в конце этапа движения в атмосфере скорость почти равна 600 м/с, наибольшее значение достигается в конце второго этапа упругого расширения — 1880 м/с.

На участках фрикционного расширения скорость может уменьшаться по заданной программе. В точках смены режима движения, где ускорение меняется скачком, график скорости имеет угловые точки, в промежутках скорость меняется монотонно.

На заключительном участке движения радиальная скорость уменьшается, достигая в точке орбиты x_k нулевого значения, что вме-

сте с условием $w(x_k) = 0$ указывает на гашение радиального движения и выхода ротора на заданную орбиту.

На рис. 1.5 показано время $t(x)$ (в минутах) перемещения ротора из начального в текущее положение. Этот график позволяет также определить время перемещения из одного промежуточного положения в другое.

В начале движения, когда радиальная скорость невелика, время быстро нарастает, затем, на участках с наибольшими значениями скорости, рост времени замедляется. Наиболее интенсивно время возрастает на заключительном участке, когда радиальная скорость убывает, стремясь к нулевому значению. Это указывает на очень плавный подход ротора к своей орбите. Общее время движения ротора к орбите $x_k = 1,5$ — около 100 минут.

Обращение графика позволяет найти закон радиального движения ротора, т.е. зависимость $x = x(t)$.

Выполненный анализ задачи о выводе ротора ОТС на орбиту приводит к следующим выводам.

1. Необходимая для вывода на заданную орбиту начальная кинетическая энергия ротора избыточна, что вызывает колебания ротора относительно положения орбиты. Избыточность возникает вследствие различного характера зависимости кинетического момента энергии ротора от начальной скорости — линейной в первом случае и квадратичной во втором. При этом должно выполняться условие сохранения кинетического момента в любом положении ротора, в том числе начальном и конечном. Фактор избыточной кинетической энергии является следствием общих законов природы и не может быть устранен, по крайней мере, в начале движения.

2. Возможно управление радиальным движением ротора с помощью сил, сохраняющих его кинетический момент и приводящих к диссипации избыточной энергии в процессе движения. Интересна принципиальная возможность управления движением ротора с помощью сил, изменяющих его кинетический момент, например, сил взаимодействия с магнитным полем Земли, давления солнечного света и т.п.

3. Управление радиальным движением ротора только с помощью фрикционных сил нерационально вследствие очень больших величин сил, которые могут привести к необратимым деформациям фрагментов ротора или даже их разрыву.

Необходимы дальнейшие исследования по выбору наиболее рационального способа диссипации энергии и изменения кинетического момента. Перспективным представляется процесс диссипации путем подъема и поэтапного сброса частей оболочки.

4. Для решения задачи о запуске на орбиту реального ротора необходима разработка более полной его модели, учитывающей весь спектр его физических, механических и других свойств, в том числе учет электромагнитных взаимодействий ротора и оболочки, разнородности механических свойств различных частей ротора и т.д. Процесс конкретизации и уточнения модели ротора возможен, очевидно, по мере детализации конструкции ротора и его элементов.

Развитие физической модели ротора требует дальнейшей разработки математических моделей его движения, методов их анализа, синтеза систем управления движением и т.д. Результаты, полученные в данной главе, могут быть основой для построения более полных математических моделей движения ротора и начальным приближением при решении более сложных задач динамики ротора.