

ДИНАМИКА ВЫХОДА ОТС НА ОРБИТУ С ДИССИПАЦИЕЙ ЭНЕРГИИ ЗА СЧЕТ ПОДЪЕМА ОБОЛОЧКИ

Радиальное движение ротора ОТС в космосе в общем случае является колебательным относительно положения его орбиты. Использование диссипации энергии для придания радиальному движению характер аperiодического или, по крайней мере, быстро затухающего — актуальная проблема на этом этапе движения.

В предыдущей главе для диссипации использовались силы трения между фрагментами в их телескопических соединениях. Конкретные расчеты показали, что суммарные силы трения, действующие на один фрагмент, достигают $4 \cdot 10^5$ кН. Эту величину можно уменьшить примерно вдвое, если вместо чередующихся этапов фрикционного и свободного расширения ротора использовать только один — фрикционный этап. Но и в этом случае использование сил трения затруднительно по ряду причин: необходимо обеспечить эксплуатационные свойства фрикционных элементов и прочность фрагментов ротора, отводить огромные количества тепла в условиях вакуума и т.д.

В дальнейшем рассмотрим другой метод диссипации путем подъема и поэтапного сброса инертного груза, когда часть кинетической энергии радиального движения ротора переходит в потенциальную энергию поднимаемого в гравитационном поле Земли груза и затем тратится при его сбросе. В качестве такого груза можно использовать вакуумную оболочку, в которой ротор разгоняется и движется в плотных слоях атмосферы: не имея вращательного движения, она тормозит радиальное. Вместо того, чтобы сбросить ее целиком при выходе из атмосферы, можно сбрасывать по частям, как сбрасывают груз при подъеме воздушного шара, при этом не возникает сложная проблема отвода тепла, т.к. оно в этом случае отсутствует. Отпадает необходимость и во фрикционных устройствах.

Для определения масс сбрасываемых частей оболочки используем условия остановки ротора в его радиальном движении в моменты сброса этих частей. Условия обращения в нуль в заданных положениях радиальной скорости позволяют определить необходимые массы оболочки на предшествующих остановкам этапах движения, а также массы тех ее частей, которые необходимо сбросить, чтобы возобновилось радиальное движение на очередном этапе.

Возможен вывод на орбиту в качестве дополнительного полезного груза частей оболочки в виде дискретных ее фрагментов. На фрагментах можно поднимать негабаритные полезные грузы — пассажирские модули, научное и промышленное оборудование, строительные конструкции и т.д.

После вывода ротора с дополнительным грузом в виде частей оболочки в положение промежуточной орбиты, где радиальные скорость и ускорение одновременно обращаются в нуль, следует выравнивать их окружные скорости. Рассматриваемая система представляет собой вращающийся ротор и почти неподвижные фрагменты оболочки, удерживаемые на роторе остатками ТЛС (тягово-левитационной системы) и способные работать автономно. Угловая скорость ротора превышает расчетную для достигнутой орбиты, что необходимо для поддержания инертных грузов.

Включив ТЛС в режим торможения ротора и ускорения движения фрагментов оболочки, можно добиться выравнивания их окружных скоростей, при этом вся система переходит, вследствие изменения скорости, на новую, постоянную работу. Выравниванием скорости можно управлять движением системы к постоянной орбите, что важно в случае, если на этой орбите находится другой ротор, а подводимый служит для доставки грузов.

Таким образом, диссипация энергии радиального движения ротора при подъеме оболочки позволяет избежать проблем фрикционного торможения, поднимать на орбиту дополнительные полезные грузы, в том числе негабаритные, и, наконец, управлять процессом подхода системы к заданной орбите.

2.1. Управление движением элемента ротора—оболочки в атмосфере с учетом вращения оболочки

Движение ротора и вакуумной оболочки рассматривается по отношению к инерциальной системе отсчета $OXYZ$ с началом в центре Земли; ось OZ — ось вращения Земли, ротора и оболочки, оси OX и OY расположены в плоскости экватора.

На этапе движения в атмосфере в качестве модели ротора принимаем тонкое сплошное однородное кольцо, имеющее возможность расширяться вследствие упругого растяжения; в начальный момент ротор имеет радиус $r_{p0} = R$, где R — экваториальный радиус Земли, и абсолютную скорость $\omega_0 = V_0$, где V_0 — стартовая окружная скорость, определяемая из условия выхода на заданную орбиту. Полагаем, что тон-

кая сплошная однородная оболочка (тор), охватывающая бесконтактно ротор и расширяющаяся вместе с ним вследствие упругого растяжения, не теряет при этом герметичности. Начальный радиус оболочки $r_{p0} = R$, начальная угловая скорость равна угловой скорости ω суточного вращения Земли; начальная радиальная скорость ротора и оболочки $V_{r0} = 0$; движение системы происходит в плоскости экватора. На всех этапах подъема учитываются силы, удерживающие ротор по осевой линии подъема и не учитываются, ввиду малости, касательные составляющие.

При движении в открытом космосе ротор и оболочка поэтапно разделяются на фрагменты; при этом фрагменты ротора, имея телескопические соединения и расширяясь свободно или под действием сил трения, не теряют формы кольца. Фрагменты оболочки полностью отделяются друг от друга, кроме, возможно, начального этапа, и затем, поэтапно сбрасываются на Землю.

Решим задачу синтеза аperiodического движения системы ротор-оболочка в плотных слоях атмосферы и в открытом космосе с выходом на заданную промежуточную орбиту при условиях: вакуумная оболочка сбрасывается после выхода из атмосферы по частям; некоторые части доставляются на орбиту; в моменты сброса частей оболочки радиальная скорость системы равна нулю.

Рассмотрим движение элемента ротора с начальной длиной l и массой m_p и элемента оболочки той же длины и массой m_0 . Выделенный элемент системы имеет три степени свободы, его положение определяют три обобщенные координаты: r — расстояние до центра Земли, равное радиусу ротора и оболочки; φ — угол поворота ротора вокруг оси OZ ; ψ — угол поворота оболочки вокруг оси OZ во вращательном движении, возникающем из-за суточного движения вместе с Землей в исходном положении.

Кинетическая энергия элемента системы в этом случае

$$K = \frac{m_p + m_0}{2} \dot{r}^2 + \frac{m_p}{2} r^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{m_0}{2} r^2 \dot{\psi}^2,$$

где $\dot{r} = \frac{dr}{dt} = V_r$ — радиальная скорость элемента; $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$, $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ — угловые скорости ротора и оболочки.

Силы, действующие на элемент системы на этапе движения в атмосфере, определяются аналогично рассмотренным в гл. 1. Касательной силой вязкого сопротивления, возникающей из-за различия вращательных движений оболочки и атмосферы, пренебрегаем ввиду ее малости.

Используя формализм Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений движения элемента системы в плотных слоях атмосферы на участке $[r_0, r']$:

$$(m_p + m_0) \ddot{r} + mm_p \dot{\varphi}^2 + m_0 m_p \dot{\psi}^2 - (m_p + m_0) \frac{gR^2}{r^2} - 2\pi l (C + C_0) \left(\frac{r}{R} - 1 \right) - \lambda \rho_0 \dot{r}^2 \exp \left[-\alpha_n \left(\frac{r}{R} - 1 \right) \right]; \quad (2.1)$$

$$m_p (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = 0; \quad (2.2)$$

$$m_0 (r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi}) = 0. \quad (2.3)$$

Начальные условия движения

$$r_{p0} = R_3, \quad \dot{r}_0 = 0, \quad \varphi_0 = 0, \quad \dot{\varphi}_0 = \omega_0, \quad \psi_0 = \omega_3.$$

Уравнения (2.2) и (2.3) имеют первые интегралы, представляющие собой законы сохранения кинетического момента ротора и оболочки:

$$r^2 \dot{\varphi} = r_0^2 \omega_{p0} = V_0 R,$$

$$r^2 \dot{\psi} = r_0^2 \omega_3 = V_e R,$$

где $V_e = \omega_3 R$ — линейная скорость вращательного движения точек экватора. Отсюда

$$\dot{\varphi} = \omega_0 \frac{R^2}{r^2} = \frac{\omega_0}{x^2}; \quad \dot{\psi} = \Omega \frac{R_3^2}{r^2} = \frac{\omega_3}{x^2}, \quad (2.4)$$

Подставляя (2.4) в (2.1) получим уравнение радиального движения системы:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_0}{x} - 1 \right) - K_0 (x - 1) - \rho_0 \dot{x}^2 \exp [-\alpha_n (x - 1)], \quad (2.5)$$

где $\dot{x} = \frac{r}{R}$, $\ddot{x} = \frac{\ddot{r}}{R}$, $x' = x_0 + \Delta x$, $\Delta x = \frac{H}{R}$, $x_0 \leq x \leq x'$, H_a — высота плотных слоев атмосферы;

$$q = \frac{q}{R}, K_0 = \frac{2\pi l(C + C_0)}{mR(1 + \mu_0)} = \frac{K}{1 + \mu_0}, \mu_0 = \frac{m_0}{m},$$

$$p_0 = \frac{\lambda_1 \rho_0 R_3}{m(1 + \mu_0)} = \frac{p}{1 + \mu_0}, \beta_0 = \frac{V_0^2 + \mu_0 V_e^2}{V_1^2(1 + \mu_0)} = \frac{\beta + \mu_0 \beta_e}{1 + \mu_0} \quad (2.6)$$

$$\beta = V_0^2/V_1^2, \beta_e = V_e^2/V_1^2, V_1^2 = gR.$$

Здесь V_1 — первая космическая скорость. Начальные условия радиального движения системы

$$x_0 = 1, \dot{x}_0 = 0 \quad (2.7)$$

Очевидное условие радиального движения системы $\ddot{x}(x_0) > 0$ приводит с учетом (2.5), (2.6) и (2.7) к соотношению $\beta_0 > x_0$ или

$$V_0 > V_1 [(1 + \mu_0)x_0 - \mu_0 \beta_e]^{1/2} \quad (2.8)$$

Решим неравенство (2.8) относительно параметра μ_0 :

$$\mu_0 < \frac{\beta - x_0}{x_0 - \beta_e} = \frac{V_0^2 - V_1^2}{V_1^2 - V_e^2}.$$

Отсюда следует ограничение на выбор начальной массы элемента оболочки

$$m_0 < m \frac{V_0^2 - V_1^2}{V_1^2 - V_e^2} \quad (2.9)$$

Если в (2.9) знак неравенства заменить знаком равенства, то получим значение критической массы элемента оболочки $m_0 = m_{кр}$, когда при любой стартовой скорости V_0 система не может начать радиальное движение. Например, для $V_0 = 10$ км/с, $V_1 = 7,8$ км/с, $V_e = 0,46$ км/с получим $m_{кр} = 0,59$ т.

2.2. Динамика радиального движения системы в атмосфере

Уравнение радиального движения элемента ротора—оболочки (2.5) не содержит переменных φ и ψ . Это позволяет, несмотря на нелинейность уравнения, проинтегрировать его в квадратурах и исследовать динамику системы в плотной атмосфере, а затем в открытом космосе. Определив зависимость радиальной скорости \dot{x} , радиального ускорения \ddot{x} , времени движения t , а также, согласно (2.4), угловых скоростей $\dot{\varphi}$, $\dot{\psi}$ и углов φ , ψ , от положения ротора x , можно управлять движением системы ротор—оболочка, задавать параметры системы и характеристики движения и выявить условия его осуществления.

Представив левую часть уравнения (2.5) в виде

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\dot{x}^2}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{du}{dx} = \frac{1}{2} u',$$

получим дифференциальное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами относительно $u(x) = \dot{x}^2$:

$$u' + f_1(x)u = f_2(x), \quad f_1(x) = 2p_0 \exp[-\alpha_n(x-1)],$$

$$f_2 = 2 \left[\frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_0}{x} - 1 \right) - K_0(x-1) \right]. \quad (2.10)$$

Учитывая, что $u_0 = \dot{x}^2 = 0$, решение уравнения (2.10) имеет вид [9]:

$$u(x) = \exp \left[\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp\{-\alpha_n(x-1)\} \right] \times \\ \times \int_{x_0}^x f_2(x) \exp \left[\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp\{-\alpha_n(x-1)\} \right] dx.$$

Подставляя сюда выражение $f_2(x)$ и интегрируя почленно, найдем

$$u(x) = \dot{x}^2 = 2 \exp \left[\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp\{-\alpha_n(x-1)\} \right] \left[q\beta_0 J_1(x) - qJ_2(x) K_0 J_3(x) \right],$$

$$J_1(x) = \int_{x_0}^x \exp \left[-\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp \{-\alpha_n(x-1)\} \right] \frac{dx}{x^3};$$

$$J_2(x) = \int_{x_0}^x \exp \left[-\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp \{-\alpha_n(x-1)\} \right] \frac{dx}{x^2};$$

$$J_3(x) = \int_{x_0}^x (x-1) \exp \left[-\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp \{-\alpha_n(x-1)\} \right] dx;$$

$$x_0 \leq x \leq x'.$$

Кинематические характеристики движения системы ротор—оболочка в атмосфере описываются соотношениями

$$\dot{x} = \sqrt{u(x)}, \quad dt = \frac{dx}{\dot{x}}, \quad t(x) = \int_{x_0}^x \frac{dx}{\dot{x}}. \quad (2.11)$$

Согласно уравнениям (2.4)

$$\varphi(x) = \omega_0 \int_{x_0}^x \frac{dx}{\dot{x}x^2}, \quad \psi(x) = \omega_3 \int_{x_0}^x \frac{dx}{\dot{x}x^2}.$$

В конечной точке этапа движения в атмосфере $x' = x_0 + \Delta x = 1 + \Delta x$, когда пренебрегается плотностью атмосферы

$$\exp[-\alpha_n(x'-1)] = \exp(-\alpha_n \Delta x) \rightarrow 0,$$

$$\exp \left[\frac{2p_0}{\alpha_n} \exp \{-\alpha_n \Delta x\} \right] = 1,$$

откуда

$$\dot{x}(x') = \{2[q\beta_0 J_1(x') - qJ_2(x') - K_0 J_3(x')]\}^{1/2}. \quad (2.12)$$

Определим упругие силы, действующие в точке x' на концах элемента:

$$F_{\text{упр}}(x') = 2\pi R(C + C_0)(x' - 1) = 2\pi R(C + C_0)\Delta x \quad (2.13)$$

и равнодействующую этих сил

$$F(x') = \frac{l}{R} F_{\text{упр}}(x') = 2\pi l(C + C_0)\Delta x$$

или

$$f(x') = \frac{F(x')}{(m + m_0)R} = \frac{2\pi l(C + C_0)}{mR(1 + \mu_0)} = \frac{K}{1 + \mu_0} \Delta x = K_0 \Delta x \quad (2.14)$$

2.3. Радиальное движение системы с остановкой в положении $x = x'$

В положении $x = x' = x_0 + \Delta x$, где $\Delta x = H_a/R$, H_a — высота плотных слоев атмосферы, ротор и оболочка разделяются на фрагменты с телескопическими соединениями, при этом возможна разгерметизация оболочки. Система совершает радиальное движение со скоростью, определяемой формулой (2.12); фрагменты системы в момент разделения упруго растянуты силами (2.13) и имеют относительную деформацию Δx .

Для предотвращения резкого сжатия растянутых фрагментов необходима компенсация упругих сил, например, силами трения между фрагментами ротора и оболочки. Определим параметр μ_0 , связанную с ним стартовую массу m_0 элемента оболочки и параметры сил трения так, чтобы при радиальном движении ротор и оболочка остановились в заданном положении $x_1 > x'$, имея нулевую деформацию.

Закон изменения сил трения $F_{\text{тр}}$ определим, потребовав равенства их упругим силам в момент разделения на фрагменты и обращения в нуль в точке x_1 вместе с упругими силами и деформациями. Исходя из этого, зададим закон изменения $F_{\text{тр}}$ на участке $[x', x_1]$ линейной функцией:

$$F_{\text{тр}}(x) = F_{\text{упр}}(x') \frac{x_1 - x}{x_1 - x'}, \quad x' \leq x \leq x_1.$$

С уменьшением силы $F_{\text{тр}}$ будет уменьшаться равная ей результирующая сила упругого напряжения фрагментов ротора и оболочки, а также их упругая деформация, обращаясь в нуль в точке x_1 . В этой точке равны нулю радиальная скорость и радиальное ускорение. Даль-

нейшее движение системы происходит в обратном направлении от положения x_1 в направлении x_0 , а затем обратно. При таком колебательном движении часть энергии расходуется на преодоление сил сопротивления атмосферы и работу сил трения, при этом амплитуда колебаний уменьшается.

Чтобы не допустить обратного движения в момент остановки системы в точке x_1 и чтобы радиальное ускорение изменило знак и система возобновила радиальное движение в сторону от Земли, предполагается сброс отдельных фрагментов оболочки.

При этом ввиду отсутствия деформаций и напряжений ни ротор, ни оставшиеся на нем и поддерживаемые электромагнитными силами фрагменты оболочки не изменяют своих размеров и формы.

Существует возможность вакуумную оболочку выполнить многослойной и сброс осуществлять либо целыми слоями, либо отдельными частями этих слоев. при этом отпадают многие сложные вопросы функционирования системы ротор—оболочка, например, вопрос о локальных прогибах или изменении радиуса кривизны ротора в местах прохождения через оставшиеся фрагменты оболочки, о взаимодействиях ротора и фрагментов оболочки в точках входа и выхода из фрагмента и т.д.

Для простоты принимаем величину участка $[x', x_1]$ равной $\Delta x = x_1 - x'$. Равнодействующая сил напряжения элемента, направленная по радиусу к центру Земли, определяется аналогично (2.14):

$$f(x) = \frac{F_{\text{тр}}(x)}{R(m + m_0)} = \frac{K}{1 + \mu_0} (x_1 - x) = K_0 (x_1 - x).$$

Дифференциальное уравнение радиального движения элемента системы на участке $[x', x_1]$ имеет вид (2.5), но силы сопротивления атмосферы не учитываются:

$$\dot{x} = \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_0}{x} - 1 \right) - K_0 (x_1 - x), \quad x' \leq x \leq x_1.$$

Здесь использованы обозначения (2.6). Интеграл имеет вид

$$\dot{x}^2(x) = \dot{x}^2(x_1) + (x - x_1) \times \left\{ \frac{q}{xx'} \left(\beta_0 \frac{x + x'}{xx'} - 2 \right) - K_0 [2x_1 - (x + x')] \right\}, \quad (2.15)$$

где $\dot{x}(x')$ определяется формулой (2.12).

Если $\dot{x}(x_1) = 0$, то в точке x_1 обращается в нуль правая часть выражения (2.15). Подставляя сюда $\dot{x}(x')$ определяемое формулой (2.12), получим после преобразований

$$\mu_0 = \frac{\beta A_1 - A_2 - \frac{K}{q} A_3}{A_2 - \beta_e A_1}, \quad (2.16)$$

$$A_1 = J_1(x') + \frac{(x_1 + x')\Delta x}{2x_1^2(x')^2}, \quad A_2 = J_2(x') + \frac{\Delta x}{x_1 x'},$$

$$A_3 = J_3(x') + \frac{\Delta x^2}{2}.$$

Соотношение (2.16) представляет собой нелинейное уравнение для определения μ_0 , т.к. μ_0 входит в правую часть через величину

$\rho_0 = \frac{p}{1 + \mu_0}$ в показателях подынтегральных экспонент в выражениях для $J_1(x')$, $J_2(x')$, $J_3(x')$.

Возможна следующая итерационная процедура решения уравнения (2.16). Величина μ_0 близка к критическому значению $\mu_{\text{кр}} = m_{\text{кр}}/m$, когда система в исходном положении не может начать радиальное движение. Подставляя в правую часть (2.16) $\mu_0 \approx \mu_{\text{кр}}$, получим уточненное значение μ_{0i} , которое снова подставляем в правую часть и т.д. Процесс продолжается, пока модуль разности μ_{0i} и μ_{0i-1} не станет меньше некоторой заданной малой положительной величины ϵ :

$$|\mu_{0i} - \mu_{0i-1}| \leq \epsilon.$$

Величина ϵ определяется из допустимой погрешности определения m_0 и соответственно M_0 — массы всей оболочки — по отношению к массе элемента ротора m и массе всего ротора M_p : $\mu_0 = m_0/m = M_0/M_p$. Например: определяя M_0 с точностью до 1 т при $M = 10^6$ т, получим $\epsilon = 10^{-6}$. Вычисление μ_0 на ЭВМ показало очень быструю сходимость процесса итераций. В табл. 2.1 в качестве примера приведены вычисления для $V_0 = 10,612$ км/с, $m = 25$ кг, $\mu_{\text{кр}} = 0,8052$. Началь-

Таблица 2.1.
Итерационная процедура определения параметра μ_0

i	μ_{0i}
1	0,80370496
2	0,76561654
3	0,76559303
4	0,76559301

ное значение $\mu_0 = 0,8037$, на 4-й итерации получено решение с требуемой точностью: $\mu_0 = 0,7656$, $m_0 = 19,1398$ кг.

По физическим условиям начальный этап $[x_0, x_1]$ радиального движения системы разделяется на два участка. На участке $[x_0, x']$, где имеется плотная атмосфера, оболочка должна быть герметичной; кроме гравитационных сил, учитываются упругое напряжение ротора — оболочки и сопротивление атмосферы; начальная кинетическая энергия системы расходуется на преодоление этих сил. На втором участке $[x', x_1]$ действием атмосферы пренебрегается; в точке x' происходит разделение ротора и оболочки на фрагменты; для предотвращения резкого сжатия упруго растянутых ротора и оболочки вводятся силы трения между раздвигающимися фрагментами; кинетическая энергия системы расходуется в основном на преодоление сил тяготения.

Таким образом, часть начальной кинетической энергии теряется на этапе $[x_0, x_1]$ на преодоление сопротивления атмосферы, а также упругих и фрикционных сил и на подъем самой системы. Можно определить такую начальную массу m_0 элемента оболочки, чтобы радиальное движение тормозилось до остановки в точке x_1 . Для возобновления дальнейшего движения часть Δm_1 массы элемента оболочки должна быть сброшена; величина Δm_1 определяется условиями движения на следующем этапе.

2.4. Движение ротора и оболочки на последующих этапах

Следующий этап радиального движения системы в открытом космосе происходит на отрезке $[x_1, x_2]$, где $x_2 > x_1$ — некоторое заданное значение. Если начальный этап назвать нулевым, то данный этап будет первым.

Определим такую массу Δm_0 сбрасываемой в точке x_1 части элемента оболочки, чтобы, возобновив радиальное движение и подняв оставшуюся массу оболочки $m_0^{(1)} = m_0 - \Delta m_0$, ротор с оболочкой оказались бы в положении x_2 .

Замечание 1. Наиболее рационален равномерный по всей длине сброс частей оболочки. Этот способ достигается, если оболочка многослойная и сбрасывается либо весь слой массы Δm_0 , либо часть слоя, допустим нижняя, такой же массы. В случае сброса отдельных фрагментов оболочки рассматривается усредненное по длине оболочки значение массы Δm_0 сбрасываемых частей, приходящихся на выделенный элемент.

Замечание 2. На данном и последующих этапах движения системы в открытом космосе можно ввести силы трения между фрагментами ротора, а также и между фрагментами оболочки, если она многослойная, и не нарушается целостность формы ротора. Однако это усложняет конструкцию системы и уменьшает долю полезного груза. Возникает также проблема отвода больших количеств тепла. Поэтому ограничимся рассмотрением случая диссипации только за счет подъема оболочки.

Система дифференциальных уравнений движения системы на 1-м этапе имеет вид:

$$(m + m_0^{(1)}) \ddot{r} = mr \dot{\varphi}^2 + m_0^{(1)} r \dot{\psi}^2 - (m + m_0^{(1)}) \frac{qR^2}{r^2};$$

$$\frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\varphi}) = 0; \quad \frac{d}{dt} (m_0^{(1)} r^2 \dot{\psi}) = 0; \quad (2.17)$$

Начальные условия на 1-м этапе соответствуют конечным на нулевом: запишем первые производные координат движения в точке x_1 :

$$\dot{r}_1 = 0, \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{\omega_0}{x_1^2}, \quad \dot{\psi}_1 = \frac{\omega_3}{x_1^2}, \quad (2.18)$$

где $\dot{\varphi}_1$ и $\dot{\psi}_1$ аналогичны (2.4).

Законы сохранения кинетических моментов ротора и оболочки, с учетом (2.18) имеют вид:

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1 \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\omega_0}{x_1^2}, \quad \dot{\psi} = \dot{\psi}_1 \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\omega_3}{x_1^2},$$

т.е. имеют форму (2.4), что и на нулевом этапе. Исключая $\dot{\varphi}$ и $\dot{\psi}$ и переходя к безразмерным (кроме времени) величинам, получаем первое уравнение (2.17) в виде:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_1}{x} - 1 \right); \quad x_1 \leq x \leq x_2, \quad (2.19)$$

в котором параметр β заменен на β_1 :

$$\beta_1 = \frac{\beta + \mu_1 \beta_e}{1 + \mu_1}, \quad \mu_1 = \frac{m_0^{(1)}}{m}, \quad (2.20)$$

а q, β, β_e определяются формулами (2.6).

Интегрируя (2.19), получим выражение скорости \dot{x} радиального движения системы на 1-м этапе:

$$\dot{x}^2 = \frac{q}{xx_1} (x - x_1) \left(\beta_1 \frac{x_1 + x}{x_1 x} - 2 \right), \quad x_1 \leq x \leq x_2$$

Отсюда следует, что радиальная скорость \dot{x} равна нулю в начале и конце 1-го этапа вследствие обращения в нуль множителей в круглых скобках. Приравнявая нулю выражение во второй скобке и учитывая (2.20), получим:

$$\mu_1 = \frac{\beta (x_1 + x_2) - 2x_1 x_2}{2x_1 x_2 - \beta_e (x_1 + x_2)}. \quad (2.21)$$

Отсюда находим массу $m_0^{(1)}$ оставшейся части оболочки и массу Δm_0 сбрасываемых частей в начале 1-го этапа:

$$m_1 = \mu_1 m, \quad \Delta m_0 = m_0 - m_0^{(1)} = (\mu_0 - \mu_1) m.$$

Подставляя (2.21) в формулу (2.20), найдем

$$\beta_1 = \frac{2x_1 x_2}{x_1 + x_2}.$$

Изменения радиального ускорения системы на 1-м этапе имеют следующие закономерности:

1. После сброса массы Δm_0 оболочки в положении x_1 ускорение приобретает скачком положительное значение:

$$\ddot{x}(x_1) = q \frac{x_2 - x_1}{x_1^2 (x_1 + x_2)}. \quad (2.22)$$

2. Ускорение затем уменьшается и обращается в нуль в точке $x = x_1' = \beta_1$, что следует непосредственно из (2.19).

3. В конце первого этапа в точке $x = x_2$ ускорение отрицательно:

$$\ddot{x}(x_2) = -q \frac{x_2 - x_1}{x_2^2 (x_1 + x_2)}. \quad (2.23)$$

Из (2.22) и (2.23) следует, что в начале и конце первого этапа ускорения обратно пропорциональны квадратам координат этих точек:

$$\frac{\ddot{x}(x_1)}{\ddot{x}(x_2)} = -\frac{x_2^2}{x_1^2}.$$

Радиальная скорость системы, равная нулю в крайних точках этапа, достигает максимального значения в точке x_1' :

$$x(x_1') = (x_2 - x_1) \left[\frac{q}{2x_1 x_2 (x_1 + x_2)} \right]^{1/2}. \quad (2.24)$$

Время движения системы $t(x)$ и углы поворота $\varphi(x), \psi(x)$ определяются аналогично (2.11).

Разобьем интервал радиального движения системы ротор—оболочка до промежуточной орбиты, где одновременно обращаются в нуль радиальная скорость и ускорение, на n этапов $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$. На первых двух этапах движение рассмотрено, на последующих этапах, кроме последнего, оно аналогично движению на первом этапе: в начальных точках x_i происходит сброс некоторой массы $\Delta m_0^{(i)}$ оболочки, чтобы, возобновив движение, система останавливалась в конечных точках x_{i+1} с оставшейся частью оболочки массой $m_0^{(i)} = m_0^{(i-1)} - \Delta m_0^{(i)}$.

Кинематические и другие параметры системы на i -м этапе, $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ определяются аналогично параметрам первого этапа; основные из них имеют вид:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_i}{x} - 1 \right), \quad \dot{x}^2 = \frac{q(x - x_i)}{xx_i} \left(\beta_i \frac{x + x_i}{xx_i} - 2 \right);$$

$$\beta_i = \frac{\beta + \mu_i \beta_e}{1 + \mu_i} = \frac{2x_i x_{i+1}}{x_i + x_{i+1}}; \quad (2.25)$$

$$\mu_i = \frac{m_0^{(i)}}{m} = \frac{\beta(x_i + x_{i+1}) - 2x_i x_{i+1}}{2x_i x_{i+1} - \beta_e(x_i + x_{i+1})}, \quad x_i \leq x \leq x_{i+1}.$$

В крайних точках этапов радиальное ускорение отлично от нуля, а скорость обращается в нуль. Отсюда следует, что регулируя массы сбрасываемых и оставшихся на роторе частей оболочки, невозможно одновременное обращение в нуль радиального ускорения и радиальной скорости, необходимое для выхода системы на промежуточную орбиту. Однако можно достигнуть как угодно малых значений радиальной скорости системы. Действительно, максимальная величина скорости в промежуточных точках $\dot{x}_i = \beta_i$, где ускорение меняет знак, определяется по формуле (2.24), в которой индексы 1 и 2 заменяются на индексы x_i и x_{i+1} . Отсюда следует, что скорость убывает с приближением к конечной точке вследствие увеличения x_i и x_{i+1} , но в еще большей степени она может быть уменьшена путем уменьшения длины этапов $x_{i+1} - x_i$. Если в некоторой точке x_i прервать процесс сброса частей оболочки, то при нулевой радиальной скорости и отрицательном ускорении, в этом положении система начнет движение в обратном направлении и затем станет совершать медленные колебания относительно положения в котором $\ddot{x} = 0$, с отклонениями до крайних точек x_i и x_{i+1} соответствующего этапа. Чем меньше длина этапа, тем с большей вероятностью можно вывести систему на промежуточную орбиту в положение x_i . Постоянная орбита достигается затем путем выравнивания окружных скоростей ротора и оставшихся частей оболочки, как будет показано в п. 2.7.

Апериодический процесс вывода системы на промежуточную орбиту обеспечивается действием другого вида диссипации, рассмотренного в следующем параграфе.

В заключение отметим, что можно поставить задачу о непрерывном изменении массы оболочки и определении соответствующей картины радиального движения системы, т.е. рассмотреть задачу о движении системы с переменной массой. Изменение массы ОТС по заданному закону обеспечит специальный балласт, сбрасываемый на активном участке движения. В качестве балласта будут использоваться вода, сжатый или сжиженный воздух и другие экологически безопасные для окружающей среды, в первую очередь для атмосферы планеты, вещества и материалы.

2.5. Движение системы на последнем этапе

На заключительном этапе $[x_{n-1}, x_n]$ движения необходимо обеспечить одновременное обращение в нуль в конце этапа радиального ускорения и радиальной скорости системы.

При этом в начале ускорение должно быть положительным, чтобы система начала движение с нулевой начальной скоростью, затем, изменив знак, стать отрицательным, чтобы гасить набранную скорость и стать нулевым вместе со скоростью в точке x_n .

Положительного ускорения в точке x_{n-1} можно добиться последним сбросом части оболочки. При этом сбрасываемая и оставшаяся массы должны обеспечить обращение в нуль составляющей ускорения от действия центробежной и гравитационной сил. Обозначим массу оставшейся части элемента оболочки $m_0^{(n-1)}$ и введем параметр $\mu_{(n-1)} = m_0^{(n-1)}/m$, тогда это условие принимает вид

$$\frac{\beta_{n-1}}{x^n} - 1 = 0, \quad (2.26)$$

где $\beta_{n-1} = \frac{\beta + \mu_{n-1} \beta_e}{1 + \mu_{n-1}}$. Заметим, что $m_0^{(n-1)}$ — усредненное по длине ротора значение остаточной массы оболочки, приходящейся на элемент ротора исходной массы m_p , т.е. $m_{n-1} = M_0^{(n-1)} l_{n-1}/L_{n-1}$, где $M_0^{(n-1)}$ — остаточная масса оболочки, $l_{n-1} = x_{n-1}l$, $L_{n-1} = x_{n-1}L$ — длина соответственного элемента и всего ротора в положении x_{n-1} .

Решая (2.26) относительно $\beta = V_0^2/V_1^2$, получим

$$\beta = (1 + \mu_{n-1}) x_n - \mu_{n-1} \beta_e. \quad (2.27)$$

Отсюда находим исходную окружную скорость ротора V_0 , необходимую для обеспечения выхода системы в положение x_n с подъемом остаточной массы элементов оболочки m_{n-1} :

$$V_0 = V_1 [(1 + \mu_{n-1}) x_n - \mu_{n-1} \beta_e]^{1/2}. \quad (2.28)$$

Формулы (2.27) и (2.28) являются обобщением формул (1.42) и (1.43) главы 1 на случай подъема инертной массы оболочки $m_{n-1} = \mu_{n-1} m$, совпадая с ними при $\mu_{n-1} = 0$.

Радиальная скорость на последнем этапе гасится составляющей ускорения от сил трения между фрагментами ротора в их телескопических соединениях. Пусть натяжения элемента ротора от сил трения, приложенные на концах элемента, равны силе $F_{тр}(x)$, зависящей от положения элемента. Равнодействующая этих сил, приложенная в центре элемента и направленная по радиусу к центру Земли, определяется, как в гл. 1:

$$F(x) = F_{тр}(x) \frac{l_{n-1}}{r_{n-1}} = F_{тр}(x) \frac{l}{R},$$

или

$$f(x) = F_{тр}(x) \frac{l}{mR^2(1 + \mu_{n-1})}. \quad (2.29)$$

Дифференциальное уравнение радиального движения элемента системы на последнем этапе имеет вид

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_{n-1}}{x} - 1 \right) - f(x), \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n.$$

Для обращения в нуль радиальной скорости используем линейную зависимость $F_{тр}(x)$ и $f(x)$ от координаты x . Пусть некоторая внутренняя точка x_* этапа $[x_{n-1}, x_n]$, которую можно задать произвольно, делит этот этап на части $\Delta x_1 = x_* - x_{n-1}$ и $\Delta x_2 = x_n - x_*$. Тогда $f(x)$ представим в виде

$$f(x) = \begin{cases} f_* \frac{x - x_{n-1}}{\Delta x_1}; & x_{n-1} \leq x \leq x_* \\ f_* \frac{x_n - x}{\Delta x_2}; & x_* \leq x \leq x_n \end{cases}$$

где постоянная f_* — наибольшее значение $f(x)$ в точке x_* . При этом $f(x)$ на концах этапа обращается в нуль, и в положении x_n равно нулю полное радиальное ускорение \ddot{x} .

Радиальная скорость системы определяется из соотношения

$$\dot{x}^2 = \frac{q}{xx_{n-1}} (x - x_{n-1}) \left(\beta_{n-1} \frac{x + x_{n-1}}{xx_{n-1}} - 2 \right) - a(x), \quad (2.30)$$

$$a(x) = \begin{cases} \frac{f_*}{2\Delta x_1} (x - x_{n-1})^2; & x_{n-1} \leq x \leq x_* \\ \frac{f_*}{2} \left[\Delta x_1 + \frac{(x - x_*)(2x_n - x - x_*)}{\Delta x_2} \right]; & x_* \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (2.31)$$

В конечном положении x_n радиальная скорость \dot{x} равна нулю; отсюда, учитывая (2.26), (2.30) и (2.31), найдем

$$f_* = 2q \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}^2 x_n},$$

после чего динамика радиального движения системы на последнем этапе полностью определяется.

С учетом (2.29) максимальное значение натяжения элемента от сил трения между фрагментами ротора

$$F_* = \frac{2mg(1 + \mu_{n-1})R}{lx_{n-1}^2 x_n} (x_n - x_{n-1})$$

Эту величину можно регулировать: чем меньше разность $x_n - x_{n-1}$, тем меньше F_* , достигая значений, близких к весу элемента системы $mg(1 + \mu_{n-1})$ при условии $R(x_n - x_{n-1})/lx_{n-1}^2 x_n \rightarrow 1$.

Массовый коэффициент полезного действия системы, определяется как отношение поднятой массы к исходной:

$$\eta = \frac{m_p + m_0^{(n-1)}}{m_p + m_0} = \frac{1 + \mu_{n-1}}{1 + \mu_0}. \quad (2.32)$$

Величина η близка к единице для низких орбит и уменьшается для более высоких, что аналогично поведению энергетического КПД. В любом случае, она намного превосходит соответствующую величину для ракетных систем.

2.6. Зависимость между параметрами системы на начальном и конечном этапах движения

Для начала радиального движения системы требуется выполнение условия (2.8); для вывода системы с параметром остаточной массы оболочки $\mu_{n-1} = m_0^{(n-1)}/m$ (при этом $\mu_{n-1} < \mu_0 = m_0/m$) в положении промежуточной орбиты x_n требуется выполнение условия (2.28). Из сопоставления правых частей неравенство

$$(1 - \mu_{n-1}) x_n - (1 + \mu_0) x_0 > -(\mu_0 - \mu_{n-1}) \beta_e.$$

Правая часть отрицательна, поэтому полученное неравенство выполняется, в частности, если левая часть равна нулю:

$$(1 + \mu_n) x_n = (1 + \mu_0) x_0. \quad (2.33)$$

Здесь учтено, что масса $m_0^{(n-1)}$ на этапе $[x_{n-1}, x_n]$ не меняется, т.е. $m_0^{(n-1)} = m_0^{(n)}$, $\mu_{n-1} = \mu_n$.

Из (2.33) следует обратная пропорциональность масс и расстояний. Умножив обе части (2.33) на массу m элемента ротора, получим

$$(m + m_0^{(n)}) x_n = (m + m_0) x_0. \quad (2.34)$$

Это соотношение имеет простую механическую интерпретацию. Произведение массы элемента на расстояние до некоторого центра является статическим моментом инерции, а зависимость (2.34) представляет собой условие равенства моментов инерции элементов системы в конечном x_n и начальном x_0 положениях относительно центра Земли (рис. 2.1).

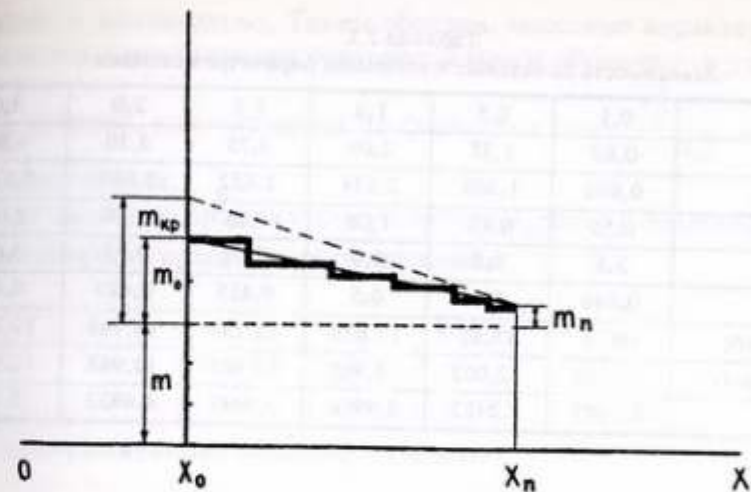


Рис. 2.1. Закон сохранения моментов масс

В точке x_0 ордината $m + m_0$ равна сумме начальных масс элементов ротора и оболочки, а ордината $m_0 + m_{кр}$, где $m_{кр} = \mu_{кр} m$, сумме начальной и критической масс оболочки.

В точке x_n ордината равна сумме конечных масс $m + m_0^{(n)}$. Соотношение (2.34) или (2.33) можно интерпретировать, как правило сохранения моментов масс, сосредоточенных в точках x_0 и x_n , рычага с опорой в центре Земли. О рычаге таких масштабов мечтал еще Архимед.

Точки x_n и x_0 можно выбирать произвольно, что следует из правила небесной механики [23], поэтому все точки прямой, проходящей через концы отмеченных вертикальных отрезков, должны подчиняться правилу сохранения моментов инерции (2.34). Уравнение этой прямой имеет вид

$$m(x) = m + m_0 - (m_0 - m_0^{(n)}) \frac{x - x_0}{x_n - x_0} \quad (2.35)$$

и представляет собой закон линейного изменения массы оболочки при непрерывном сбросе ее частей. Эта линия аппроксимирует ступенчатый график изменения массы оболочки при дискретном сбросе ее частей и характеризует изменение масс оболочки в зависимости от положения системы. Соотношения (2.28), (2.32) и (2.33) использованы при составлении табл. 2.2, в которой показана зависимость начальных и конечных параметров системы. Для заданного положения промежуточной орбиты $x_n = 1,5$ и шести указанных в таблице значений коэф-

Таблица 2.2.
Зависимость начальных и конечных параметров системы

μ_n	0,1	0,5	1,0	1,5	2,0	3,0
μ_0	0,65	1,25	2,00	2,75	3,50	5,00
$\mu_{кр}$	0,693	1,309	2,074	2,852	3,609	5,147
$\Delta\mu$	0,55	0,75	1,00	1,25	1,50	2,00
η_1	5,5	1,5	1,0	0,83	0,75	0,67
η_2	0,846	0,6	0,5	0,455	0,429	0,40
V_0 , км/с	10,15	11,85	13,675	15,288	16,746	19,335
γ , квт·час/кг	13,008	13,002	12,987	12,985	12,983	12,981
β	1,6497	2,2483	2,9966	3,7449	4,4932	5,99

коэффициента μ_n остаточной массы оболочки определены следующие параметры: μ_0 — коэффициент начальной массы оболочки; $\mu_{кр}$ — коэффициент критической массы оболочки; $\Delta\mu = \mu_0 - \mu_n$ — коэффициент изменения массы оболочки; $\eta_1 = \Delta\mu/\mu_n$ — отношение сброшенной массы к остаточной; $\eta_2 = \Delta\mu/\mu_0$ — отношение сброшенной массы к начальной; V_0 — необходимая начальная скорость ротора; $\beta = V_0^2/V_1^2$ — коэффициент орбиты. Материальный КПД системы во всех шести случаях одинаков:

$$\eta = \frac{1 + \mu_n}{1 + \mu_0} = \frac{x_0}{x_n} = \frac{2}{3}.$$

Одинаковым оказывается также расход энергии на подъем 1 кг массы полезного груза (без учета потерь в ТЛС):

$$\gamma = \frac{K_*}{m + m_0^{(n)}} = \frac{V_0^2}{2(1 + \mu_n)} \approx \frac{V_1^2}{2} x_n,$$

где K_* — кинетическая энергия элемента системы, V_0 — приближенное значение (2.28), при котором $\beta_e \approx 0$. С изменением орбиты удельный расход энергии меняется пропорционально координате x_n .

Из табл. 2.2 следует, что некоторые величины растут с возрастанием остаточной массы, но медленно; к ним относятся начальная и критическая масса, коэффициент изменения массы, начальная скорость ротора V_0 и коэффициент орбиты. Отношения сброшенной массы к остаточной и начальной массам оболочки — убывают, при этом первая

величина — значительно. Таким образом, массовые характеристики улучшаются с увеличением остаточной массы оболочки, а удельный расход энергии, подсчитанный по формуле $e = \frac{V_0^2}{2(1 + \mu_n)}$, остается почти постоянным.

При выходе на промежуточную орбиту x_n ротор и оболочка имеют угловые скорости вращательного движения

$$\dot{\varphi}_n = \frac{\omega_{0p}}{x_n^2}, \quad \dot{\psi}^2 = \frac{\omega_3^2}{x_n^2} \quad (2.36)$$

Соответствующие линейные скорости

$$V_n = \dot{\varphi}_n x_n R = \frac{V_0}{x_n}, \quad V_{en} = \dot{\psi}_n x_n R = \frac{V_e}{x_n}. \quad (2.37)$$

Учитывая формулу (2.28) для V_0 , получим

$$V_n = \frac{V_1}{x_n} [(1 + \mu_n)x_n - \mu_n \beta_e]^{1/2}$$

или, пренебрегая малой величиной β_e ,

$$V_n \approx V_1 \left(\frac{1 + \mu_n}{x_n} \right)^{1/2}. \quad (2.38)$$

Итак, скорость ротора при движении на промежуточной орбите зависит как от положения орбиты, так и от величины остаточной массы оболочки. Из сравнения (2.38) с формулой (1.44) для случая, рассмотренного в главе 1, когда оболочка сбрасывается целиком, следует, что значение V_n больше, чем $V_{орб}$ в $(1 + \mu_n)^{1/2}$ раз и совпадает с ним при $\mu_n = 0$. Это объясняется тем, что в исследуемом случае ротор, играя роль силового элемента, необходим не только для подъема, но и поддержания на орбите инертной массы оболочки.

Найдем кинетический момент и кинетическую энергию системы на промежуточной орбите:

$$L_n = m r_n^2 \dot{\varphi}_n + m_0^{(n)} r_n^2 \dot{\psi}_n = (m V_0 + m_0^{(n)} V_e) R,$$

$$K_n = \frac{mV_n^2}{2} + \frac{m_0^{(n)}V_{en}^2}{2} = \frac{mV_0^2 + m_0^{(n)}V_e^2}{2x_n^2}.$$

Эти же величины в момент старта системы

$$L_0 = (mV_0 + m_0V_e)R, \quad K_{\text{сист}}^0 = \frac{1}{2}(mV_0^2 + m_0V_e^2).$$

Потери при выходе на промежуточную орбиту составляют

$$\Delta L = L_0 - L_n = (m_0 - m_n)V_eR,$$

$$\Delta K = K_{\text{сист}}^0 - T_n = \frac{mV_1^2}{2} \left[\beta \left(1 - \frac{1}{x_n^2} \right) + \beta_e \left(\mu_0 - \frac{\mu_n}{x_n^2} \right) \right].$$

Уменьшение кинетического момента происходит только вследствие сброса части $m_0 - m_0^{(n)}$ массы оболочки. Причины уменьшения кинетической энергии различны и являются следствием, главным образом, подъема масс ротора и части оболочки на орбиту, поэтапного сброса частей оболочки, а также преодоления сопротивления атмосферы, сил трения и упругости.

Учитывая формулу (2.27) для β , найдем

$$\Delta K = \frac{mV_1^2}{2} \left[(1 + \mu_n) \left(x_n - \frac{1}{x_n} \right) + \beta_e (\mu_0 - \mu_n) \right].$$

Если пренебречь здесь вторым слагаемым, то

$$\Delta K \approx \frac{mV_1^2}{2} (1 + \mu_n) \left(x_n - \frac{1}{x_n} \right).$$

Вычислим работу по подъему ротора и оболочки на орбиту x_n , при этом для массы оболочки принимаем среднее значение $\frac{1}{2}(m_0 + m_0^{(n)})$:

$$A(G) = \left[m + \frac{1}{2}(m_0 + m_0^{(n)}) \right] gR^2 \int_{r_0}^{r_n} \frac{dr}{r^2} = \frac{mV_1^2}{2} (2 + \mu_0 + \mu_n) \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_n} \right)$$

Согласно закону сохранения энергии имеем, не учитывая малые величины других работ, $\Delta K = A(G)$; отсюда, пренебрегая величиной β_e , после преобразований получим соотношение (2.33), найденное ранее другим путем.

Полученные соотношения позволяют:

— наглядно и просто находить зависимость начальной и конечной (остаточной) масс оболочки с учетом положения промежуточной орбиты;

— с позиций общего закона сохранения энергии получить подтверждение принципиальной возможности диссипации энергии радиального движения ротора за счет подъема частей оболочки;

— поставить задачу о диссипации энергии радиального движения при непрерывном изменении массы оболочки, используя закон линейного изменения массы оболочки (2.35). При этом ожидаются лучшие характеристики движения системы; в частности, путем ликвидации промежуточных остановок общее время движения можно резко сократить.

2.7. Динамика системы при выходе на постоянную орбиту

Как следует из (2.36) и (2.37), угловые и линейные скорости ротора и оставшейся части оболочки резко отличаются после выхода системы на промежуточную орбиту в положение x_n . Для выполнения монтажных работ, промышленного производства, обмена грузами с другими системами и т.д., необходимо предварительно обеспечить выравнивание вращательных скоростей ротора и оболочки.

Рассмотрим электромагнитные силы, которые могут возникать в остатках ТЛС при относительном движении ротора и частей оболочки. Полагаем, что эти силы взаимодействия линейно зависят от разности скоростей

$$F_{\text{эм}} = \sigma r (\dot{\varphi} - \dot{\psi}), \quad (2.39)$$

замедляют скорость элемента ротора и увеличивают скорость элемента оболочки. Согласно теореме об изменении кинетического момента, для элементов ротора и оболочки запишем уравнения

$$\frac{d}{dt} (mr^2\dot{\varphi}) = -\sigma r^2 (\dot{\varphi} - \dot{\psi}), \quad \frac{d}{dt} (m_0^{(n)}r^2\dot{\psi}) = \sigma r^2 (\dot{\varphi} - \dot{\psi}). \quad (2.40)$$

Начальные условия движения на этом этапе определяются, согласно (2.36).

Уравнения вида (2.40) приводят к интегралу, представляющему собой закон сохранения кинетического момента системы. С учетом (2.36) после некоторых упрощений найдем

$$\dot{\varphi} = \mu_n \dot{\psi} = \frac{r_n^2}{r^2} (\dot{\varphi}_n + \mu_n \dot{\psi}_n) \quad (2.41)$$

Разделив уравнение (2.40), записанное для элемента ротора, на m , и аналогичное уравнение, записанное для элемента оболочки на $m_0^{(n)}$, вычтя из первого, получим уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{d}{dt} [(\dot{\varphi} - \dot{\psi}) r^2] = -\delta (\dot{\varphi} - \dot{\psi}) r^2,$$

где $\delta = \sigma \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m_0^{(n)}} \right)$. Решение его имеет вид

$$\dot{\varphi} - \dot{\psi} = \frac{r_n^2}{r^2} (\dot{\varphi}_n - \dot{\psi}_n) \exp(-\delta t). \quad (2.42)$$

Отсюда следует, что равные значения угловых скоростей достигаются за бесконечный промежуток времени, что характерно при линейной зависимости сил взаимодействия типа (2.39). Однако процесс выхода на постоянную орбиту осуществим за конечный интервал времени, когда скорости ротора и частей оболочки мало отличаются и можно включить тормозные устройства другого типа, например, механические.

Из соотношения (2.41) получим

$$\dot{\varphi}_k = \dot{\psi}_k = \frac{r_n^2}{r^2} \frac{\dot{\varphi}_n + \mu_n \dot{\psi}_n}{1 + \mu_n}, \quad (2.43)$$

где индексом k обозначены конечные значения переменных величин. С другой стороны, из условия равенства на конечной орбите центробежной и гравитационной сил находим

$$\dot{\varphi}_k = \dot{\psi}_k = \frac{R}{r_k} \left(\frac{g}{r_k} \right)^{1/2}. \quad (2.44)$$

Решая уравнения (2.43) и (2.44), используя при этом обозначения (2.6) и соотношения (2.28), (2.36), определим окончательно параметры системы при ее движении на постоянной орбите:

$$r_k = \frac{(V_0 + \mu_n V_e)^2}{V_1^2 (1 + \mu_n)^2} R = \left(\frac{\beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2}}{1 + \mu_n} \right)^2 R, \quad (2.45)$$

$$\dot{\varphi}_k = \dot{\psi}_k = g V_1^2 \left(\frac{1 + \mu_n}{V_0 + \mu_n V_e} \right)^3 = \frac{g}{V_1} \left(\frac{1 + \mu_n}{\beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2}} \right)^3, \quad (2.46)$$

$$V_k = \dot{\varphi}_k r_k = \frac{g V_1^2}{V_1} \frac{1 + \mu_n}{\beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2}} = V_1 \frac{1 + \mu_n}{\beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2}}, \quad (2.47)$$

$$\text{где } \beta = \frac{V_0^2}{V_1^2} (1 + \mu_n) x_n - \mu_n \beta_e, \quad \beta_e = \frac{V_e^2}{V_1^2}, \quad V_1^2 = gR.$$

Пренебрегая малой величиной β_e , получим приближенные значения:

$$r_k = \frac{x_n R}{1 + \mu_n}, \quad (2.48)$$

$$\dot{\varphi}_k = \dot{\psi}_k = \frac{g}{V_1} \left(\frac{1 + \mu_n}{x_n} \right)^{3/2} = \sqrt{g} R \left(\frac{1 + \mu_n}{r_n} \right)^{3/2}, \quad (2.49)$$

$$V_k = V_1 \left(\frac{1 + \mu_n}{x_n} \right)^{1/2} = V_1 \left[(1 + \mu_n) \frac{R}{r_n} \right]^{1/2}. \quad (2.50)$$

Определим радиальное перемещение системы на этапе выравнивания скоростей, используя приближенное значение r_k :

$$\Delta r = r_n - r_k = \frac{\mu_n}{1 + \mu_n} r_n.$$

Эта величина неотрицательна, поэтому радиус постоянной орбиты r_k в общем случае меньше радиуса промежуточной орбиты r_n , и система в процессе выравнивания скоростей движется назад, по направлению к Земле. Если $\mu_n = 0$, т.е. вся масса оболочки сброшена, то $\Delta r = 0$, и орбиты совпадают. При больших величинах μ_n смещение орбит Δr достигает значений, близких к r_n .

Для определения изменения линейной скорости ротора используем формулы (2.37) и (2.47):

$$\Delta V = V_n - V_k = V_1 \frac{\mu_n \beta_e^{1/2} (\beta^{1/2} - \beta_e^{1/2})}{x_n \beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2}}.$$

Вследствие того, что $\beta > \beta_e$ в общем случае разность ΔV также отрицательна. Этот странный, на первый взгляд, результат имеет следующее объяснение. На промежуточной орбите, более высокой, чем конечная, ротор должен поддерживать за счет центробежной силы инертную массу остатков оболочки, поэтому скорость его больше, чем это необходимо для самостоятельного движения. На постоянной орбите скорость ротора уменьшается вследствие того, что оболочка получила от ротора часть кинетического момента и теперь сама себя поддерживает, а затем скорость увеличивается вследствие снижения орбиты. Первое изменение, очевидно, больше второго.

Если $\mu_n = 0$, то, как и в первом случае $\Delta V = 0$. Если пренебречь малой величиной β_e , то получим $\Delta V \approx 0$ или $V_k \approx V_n$, хотя орбита может измениться на конечную величину. Очевидно, изменения скорости ротора от двух противоположно действующих факторов происходят почти в равной степени.

Решая (2.45) относительно V_0 , найдем соотношение между положением конечной орбиты $r_k = x_k R$, остаточной массой оболочки $m_0^{(n)} = \mu_n m$ и начальной скоростью ротора V_0 :

$$V_0 = V_1 [(1 + \mu_n) x_k^{1/2} - \mu_n \beta_e^{1/2}].$$

На этапе выравнивания скоростей движение системы описывается дифференциальными уравнениями первого порядка относительно

параметров φ и ψ , которые получены при разделении уравнений (2.41) и (2.42) с использованием начальных условий (2.36)

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} &= \frac{V_0 + \mu_n V_e + \mu_n (V_0 - V_e) \exp(-\delta t)}{(1 + \mu_n) R} \frac{1}{x^2}, \\ \dot{\psi} &= \frac{V_0 + \mu_n V_e - (V_0 - V_e) \exp(-\delta t)}{(1 + \mu_n) R} \frac{1}{x^2} \end{aligned} \quad (2.51)$$

и уравнением второго порядка относительно радиальной координаты

$$\ddot{x} = \frac{1}{x^2} \left[\frac{(V_0 + \mu_n V_e)^2 + \mu_n (V_0 - V_e)^2 \exp(-2\delta t)}{(1 + \mu_n)^2 R^2} \frac{1}{x} - q \right], \quad (2.52)$$

которое получено после исключения $\dot{\varphi}$ и $\dot{\psi}$ с помощью соотношений (2.51) из уравнения радиального движения:

$$(m + m_0^{(n)}) \ddot{r} = m r \dot{\varphi}^2 + m_0^{(n)} r \dot{\psi}^2 - (m + m_0^{(n)}) g \frac{R^2}{r^2}.$$

Используя обозначения (2.6), уравнению (2.52) можно придать вид, аналогичный уравнению (2.25) радиального движения на промежуточном этапе

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta_k(t)}{x} - 1 \right), \quad (2.53)$$

где переменный параметр $\beta_k(t)$ имеет вид

$$\beta_k(t) = \frac{(\beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2})^2 + \mu_n (\beta^{1/2} - \beta_e^{1/2})^2 \exp(-2\delta t)}{(1 + \mu_n)^2}.$$

Интегрирование системы уравнений (2.51) — (2.52) возможно численным методом. Если известны текущее и конечное значения радиального ускорения \ddot{x} , можно дать оценку промежутку времени t_k от начала исследуемого этапа, когда ускорение отличается от нулевого значения на заданную малую величину $\epsilon > 0$:

$$\frac{q}{x_k^2} \left(\frac{\beta_k(t_k)}{x_k} - 1 \right) \leq \varepsilon.$$

При этом полагаем, что положение орбиты $x(t_k)$ практически не отличается от конечного положения x_k . После преобразований получим оценку времени движения системы

$$t_k \geq -\frac{1}{2\delta} \ln \frac{\varepsilon (\beta^{1/2} + \mu_n \beta_e^{1/2})^6}{q (1 + \mu_n)^4 (\beta^{1/2} - \beta_e^{1/2})^2}.$$

Пренебрегая величиной β_e по сравнению с β , найдем более простую оценку

$$t_k \geq -\frac{1}{2\delta} \ln \frac{\varepsilon \beta^2}{q (1 + \mu_n)^4}.$$

Используя соотношение (2.27), получим в том же приближении

$$t_k \geq -\frac{1}{2\delta} \ln \frac{gR}{\varepsilon r_k^2} = \frac{1}{2\delta} \ln \frac{V_1^2}{\varepsilon r_k^2}.$$

Таким образом, оценка времени выравнивания скоростей ротора и частей оболочки зависит от значений r_k — положения конечной орбиты, и ε — точности приближения радиального ускорения к нулевому.

2.8. Задача о выводе системы на промежуточную орбиту

Для исследования рассматриваемого метода диссипации энергии радиального движения за счет подъема частей оболочки составлена программа и просчитан пример вывода системы на промежуточную орбиту высотой 3200 км над экватором. Как и в примере п. 1.10, зададим три группы параметров.

1. Постоянные параметры, значения которых такие же, как и в п. 1.10.

2. Параметры промежуточной орбиты: $x_n = 1,502655$, $\mu_n = 0,2$. Соответствующая величина начальной скорости ротора $V_0 = 10,612$ км/с; остальные параметры имеют те же значения, что и в п. 1.10.

3. Параметры, зависящие от координат промежуточных этапов: высота плотной атмосферы $H = 100$ км ($x' = 1,0154$); высота, где происходит первый останов системы и сброс части оболочки $H_1 = 200$ км ($x_1 = 1,0354$). Остальные 3000 км разбиты на 5 этапов по 600 км, в начале и конце которых происходит очередной останов и затем сброс части оболочки, кроме пятого, который снова разбивается на 5 этапов по 120 км и на них процедура остановок и сбросов частей оболочки повторяется. Дробление последнего этапа повторяется 5 раз, при этом величина заключительного этапа 0,96 км. На этом этапе подключается сила трения между фрагментами ротора, и система выводится в положение промежуточной орбиты; общее число этапов $n = 21$. Как пояснено в п. 2.5, дробление последних этапов необходимо для уменьшения силы трения, используемой при торможении системы.

Результаты вычислений представлены на рис. 2.2—2.6.

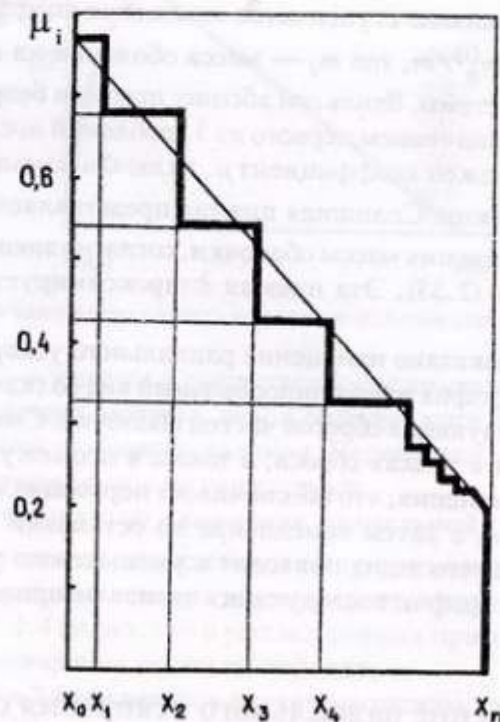


Рис. 2.2. Ступенчатое изменение коэффициента массы оболочки

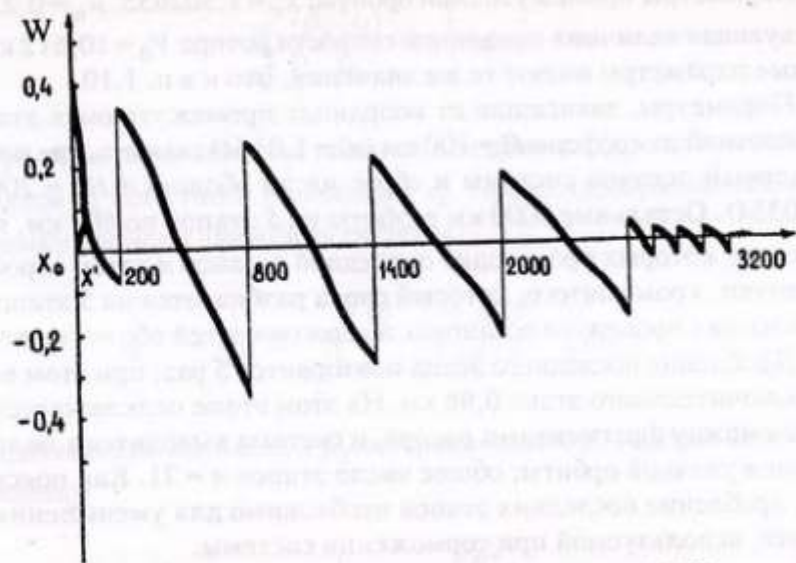


Рис. 2.3. Изменение радиального ускорения системы

На рис. 2.2 показано ступенчатое изменение коэффициента массы оболочки $\mu_i = m_0^{(i)} / m$, где m_i — масса оболочки на очередном i -м этапе движения системы. Вдоль оси абсцисс отложен безразмерный радиус системы с обозначением первого из 5 дроблений последнего этапа. По оси ординат отложен коэффициент μ , включая начальное μ_0 и критическое $\mu_{кр}$ значения. Сплошная прямая представляет собой график непрерывного изменения массы оболочки, согласно закона сохранения момента инерции (2.35). Эта прямая аппроксимирует ступенчатый график.

На рис. 2.3 показано изменение радиального ускорения $W = \ddot{x} R$ (m/c^2) системы. График имеет пилообразный вид со скачками в точках остановки и последующих сбросов частей оболочки. Смена знака ускорения происходит в точках сброса, а также в промежуточных точках непрерывного изменения, что обеспечивает первоначальный разгон на каждом из этапов, а затем замедление до остановки в конце этапа. Дробление последнего этапа приводит к уменьшению ускорений примерно в пять раз, график последующих этапов не приводится.

2.9. Изменение радиального ускорения системы

Сравнение с рис. 1.3 показывает, что при сохранении характерных признаков радиального ускорения — скачкообразного изменения

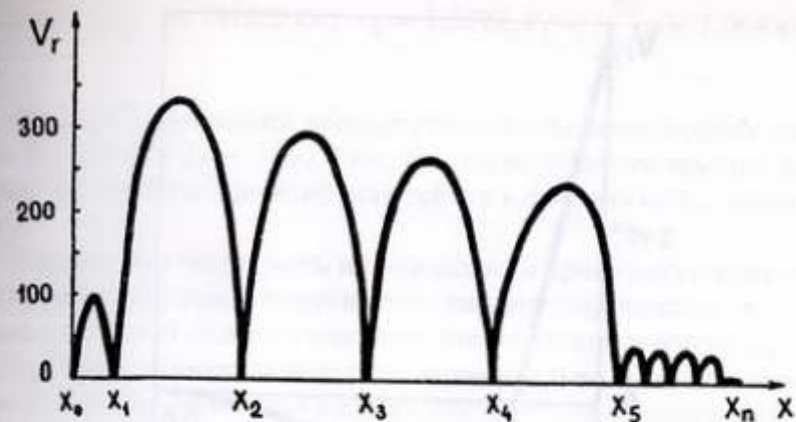


Рис. 2.4. Изменение радиальной скорости системы

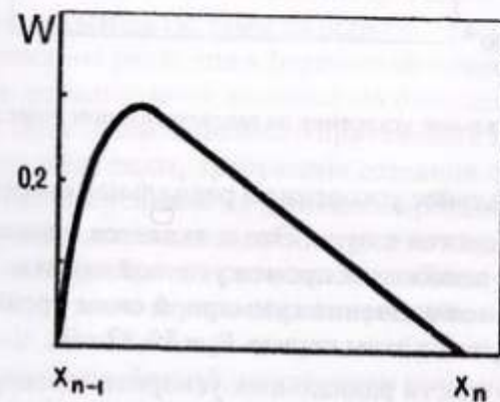


Рис. 2.5. Радиальная скорость на заключительном этапе движения

и смены знаков, — имеется и существенное отличие: во втором случае ускорение на порядок меньше, чем в первом, хотя они и составляют долю от ускорений свободного падения. Перегрузки и связанные с ними проблемы в этом случае не существуют.

На рис. 2.4 показано изменение радиальной скорости $V_r = \dot{x} R$ (m/c), график похож на затупленную пилу с различной высотой зубьев. На этапах дробления скорость уменьшается примерно в 5 раз. Из сравнения с рис. 1.4 видно, что в рассмотренных примерах максимальные скорости отличаются также на порядок.

На рис. 2.5 и 2.6 показаны в других масштабах скорость и ускорение системы на заключительном этапе с выходом на промежуточную орбиту x_n . Ускорения почти линейны, а график скорости имеет, как обычно, вид затупленного зубца с почти линейным склоном к точке

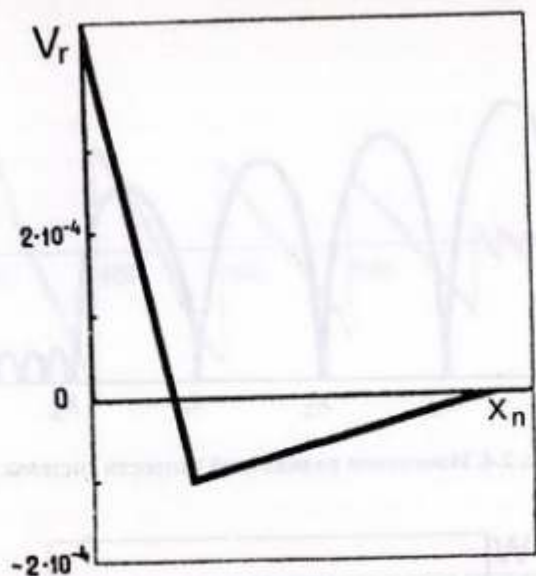


Рис. 2.6. Радиальное ускорение на заключительном этапе движения

x_n , в которой радиальное ускорение и радиальная скорость системы одновременно обращаются в нуль. Это и является признаком неколебательного выхода в положение промежуточной орбиты. В таблице приведено максимальное значение суммарной силы трения между фрагментами, достигнутой в этом случае $F_* = 83,32$ кН.

Вследствие малости радиальных ускорений и скоростей, время t_n выхода на орбиту в рассматриваемом примере большое; его можно вычислять поэтапно, используя интегралы типа (2.11). В расчетах вместо квадратур использовалась дискретная процедура: $t_i = t_{i-1} + \Delta x_i / \dot{x}_i$, где t_{i-1} — время движения до данного участка, $\Delta x_i / \dot{x}_i$ — приращение времени на данном участке. Ввиду конечности перемещений Δx_i и близости к нулю ускорения \dot{x} на концах этапов этот метод оказался грубым, существенно искажающим время движения системы. Величину t_n можно оценить, используя среднее значение радиальной скорости системы $V_{cp} \approx 157$ м/с. Тогда время движения $t_n \approx (r_n - R) / V_{cp} = 2,04 \cdot 10^4$ с ≈ 340 мин; в гл. 1 на достижение такой же орбиты потребовалось около 100 мин.

После выравнивания скоростей ротора и остаточной части оболочки положение конечной орбиты и конечная окружная скорость системы определяются по формулам (2.48) и (2.50):

$$r_k \approx \frac{r_n}{1 + \mu_n} = 7978,3 \text{ км}, \quad x_k = 1,2522, \quad V_k = \frac{V_1}{x_k^{1/2}} = 7,064 \text{ км/с}.$$

Разность положений промежуточной и конечной орбит достигает $\Delta x = 0,2504$ или $\Delta r = 1607,7$ км, т.е. около четверти земного радиуса; по высоте над экватором конечная орбита в два раза ниже промежуточной.

Теоретические расчеты и приведенный пример обосновывают вывод о принципиальной возможности диссипации энергии радиального движения за счет подъема и поэтапного или непрерывного сброса частей оболочки. Фрикционные силы относительно малой величины используются при этом только в двух случаях: для компенсации сил упругого растяжения ротора и оболочки после выхода из плотной атмосферы и на заключительном этапе перед выходом на промежуточную орбиту. Возможно также сочетание обоих факторов диссипации на всем протяжении этапа выхода системы на орбиту.

Важно, что кроме различия в физической природе этих факторов, в одном случае используются внешние по отношению к системе ротор—оболочка силы гравитационного притяжения к Земле; а в другом случае — внутренние силы, требующие создания фрикционных элементов и обеспечения условий их функционирования.

Возможно оказывать влияние на процесс выравнивания вращательных скоростей ротора и остатков оболочки путем дальнейшего сброса ее частей, в этом случае параметры конечной орбиты будут, очевидно, иными. Не исключена возможность использования и других видов силовых взаимодействий, внутренних или внешних по отношению к системе, которые могут быть факторами диссипации.