где $u(z, t)$ – прогиб; $I(z)$ – момент инерции поперечного сечения; $\rho(z)$ – линейная плотность корпуса с заполнителем; $f(z, t)$ – интенсивность внешней нагрузки на корпус без учета силы тяжести; $R_1(z, t)$, $R_2(z, t)$ – интенсивность воздействия на корпус верхней и нижней струн соответственно; g – ускорение свободного падения.

В силу введенных допущений уравнения движения верхней и нижней струн запишутся в виде:

$$\rho_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} - T_1 \frac{\partial^2 y_2}{\partial z^2} = f_1(z, t) - R_1 + R_{21} + \rho_1 g; \tag{4.3}$$

$$\rho_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} - T_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial z^2} = f_2(z, t) - R_2 - R_{21} + \rho_2 g, \tag{4.4}$$

где y_1, y_2 – прогибы соответствующих струн; ρ_1, ρ_2 – линейные плотности; T_1, T_2 – натяжения; f_1, f_2 – интенсивности внешних нагрузок, относящиеся к верхней и нижней струнам соответственно; R_{21} – интенсивность воздействия нижней струны на верхнюю.

Для получения уравнения колебаний СТЛ в общем случае будем считать корпус верхней струны скрепленным с корпусом линии

$$y_1(z, t) = u(z, t). \tag{4.5}$$

Тогда можно положить:

$$f_1(z, t) = 0; \quad R_{21}(z, t) = 0 \tag{4.6}$$

и после сложения уравнений (4.2), (4.3) получить уравнение движения корпуса линии с верхней струной:

$$E \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[I \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(u + \mu' \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right] + \rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - T_1 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(z, t) + R_2 + \rho_s g, \tag{4.7}$$

где $\rho_s = \rho_1 + \rho_0$.

Предположим, что нижняя струна может перемещаться по вертикали относительно корпуса СТЛ, взаимодействуя с ним посредством заполнителя, а в состоянии равновесия воспринимает нагрузку не только от собственного веса, но также от веса корпуса с заполнителем и верхней струной, т. е.

$$R_2 = R_2^{\mathrm{din}} - \rho_s g, \tag{4.8}$$

где $R_2^{\mathrm{din}}(x, t)$ – динамическая составляющая воздействия нижней струны на корпус.

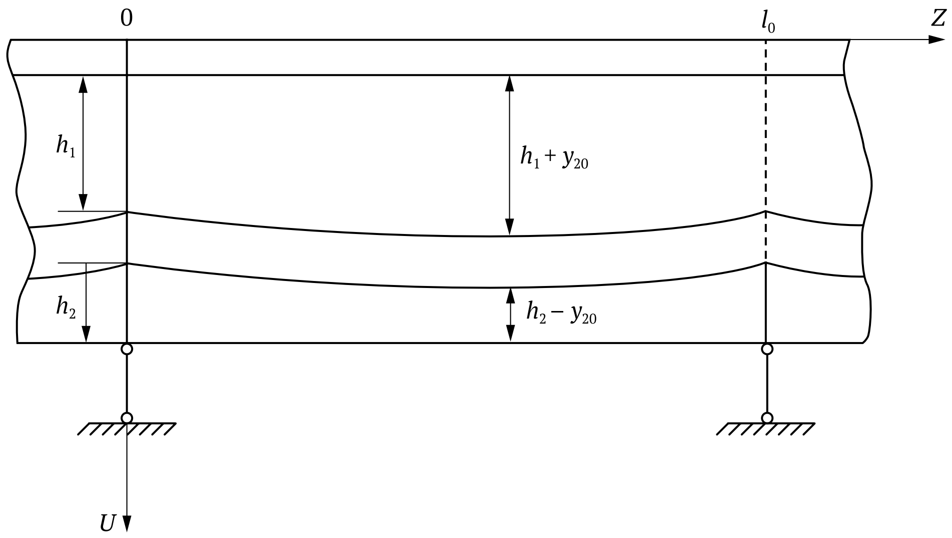

Рисунок 4.3

На рисунке 4.3 изображена СТЛ без транспортных модулей в положении равновесия, $y_{20}(z)$ – статический прогиб нижней струны.

Поскольку напряжения и деформации заполнителя в направлении оси $0U$ удовлетворяют равенству (4.1), то R_2^{din} запишется так:

$$R_2^{\mathrm{din}} = E_w a \left(1 + \mu_w \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{y_2 - u - y_{20}}{h_1 + y_{20}} + E_n a \left(1 + \mu_n \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{y_2 - u - y_{20}}{h_2 + y_{20}}, \tag{4.9}$$

где E_w, μ_w, E_n, μ_n – постоянные, характеризующие заполнитель над струной и под ней соответственно; a – ширина заполнителя.

В практически важных случаях максимальное значение статического прогиба $y_{20}^{\max}$ не превышает нескольких сантиметров. Поэтому, учитывая малое изменение статического прогиба вдоль пролета, заменим y_{20} в знаменателях равенства (4.9) его средним значением $0{,}5 y_{20}^{\max}$ и введем функцию:

$$u_2(z, t) = y_2(z, t) - y_{20}(z, t). \tag{4.10}$$

Функция $u_2(x, t)$ описывает прогиб нижней струны относительно ее равновесного положения. Тогда равенство (4.9) можно записать:

$$R_2^{\mathrm{din}} = E_2 \left(1 + \mu_2 \frac{\partial}{\partial t} \right) (u_2 - u). \tag{4.11}$$