1. Случай $v > a = (T/\rho)^{1/2}$ (скорость движения нагрузки превышает скорость распространения волны деформации вдоль струны). Максимальный динамический прогиб.

Ряды равенства (4.53) на основании разложения (4.54) запишутся так:

$$I_1 = v\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\frac{a\pi t}{l_0}\sin n\frac{\pi z}{l_0} = \frac{v\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z\left(1-\dfrac{vt}{l_0}\right), & 0<z<at, \quad \left[0<t<\dfrac{l_0}{a}\right]; \\ at\left(1-\dfrac{z}{l_0}\right), & at \le z \le 2l_0 - at; \end{cases}$$

$$I_2 = a\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\frac{v\pi t}{l_0}\sin n\frac{\pi z}{l_0} = \frac{a\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z\left(1-\dfrac{vt}{l_0}\right), & 0<z<vt, \quad \left[0<t<\dfrac{l_0}{v}\right]; \\ vt\left(1-\dfrac{z}{l_0}\right), & vt \le z \le 2l_0 - vt; \end{cases}$$

$$I_3 = v\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\pi\left(1+\frac{a}{v}-\frac{at}{l_0}\right)\sin n\frac{\pi z}{l_0} =$$

$$= v\pi^2\begin{cases} \dfrac{z}{2l_0}\left(\dfrac{at}{l_0}-\dfrac{a}{v}\right), & 0<z<l_0+l_0\dfrac{a}{v}-at, \quad \left[\dfrac{l_0}{v}<t<\dfrac{l_0}{a}+\dfrac{l_0}{v}\right]; \\ \left(1+\dfrac{a}{v}-\dfrac{at}{l_0}\right), & l_0+l_0\dfrac{a}{v}-at \le z \le l_0-l_0\dfrac{a}{v}+at; \end{cases}$$

$$I_4 = -v\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\frac{a\pi t}{l_0}\sin n\frac{\pi z}{l_0} = -v\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\frac{a\pi}{l_0}\left(t-\frac{l_0}{a}\right)\sin n\frac{\pi}{l_0}(l_0-z) =$$

$$= \frac{v\pi^2}{2l_0}\begin{cases} (l_0-z)(2l_0-at), & z \ge 2l_0-at, \quad \left[\dfrac{l_0}{a}<t<2\dfrac{l_0}{a}\right]; \\ vt\left(1-\dfrac{z}{l_0}\right), & z \le 2l_0-at. \end{cases}$$

Опустим промежуточные вычисления и запишем динамический прогиб u на временных интервалах, преобразованных пересечением областей определения соответствующих рядов $I_к$ и функции (4.53).

При $0 \le t \le \dfrac{l_0}{v}$: $u = A(I_1 - I_2)$,

$$I_1 - I_2 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z(v-a), & 0 \le z < at; \\ a(vt-z), & at \le z < vt; \\ 0, & vt \le z \le l_0. \end{cases}$$

При $\dfrac{l_0}{v} < t \le \dfrac{l_0}{2a}\left(1+\dfrac{a}{v}\right)$: $u = A(I_1 + I_3)$,

$$I_1 + I_3 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z(v-a), & z < at; \\ a(vt-z), & at \le z < l_0 + l_0\dfrac{a}{v} - at; \\ (v+a)(l_0-z), & l_0 + l_0\dfrac{a}{v} - at \le z \le l_0. \end{cases}$$

При $\dfrac{l_0}{2a}\left(1+\dfrac{a}{v}\right) < t \le \dfrac{l_0}{a}$: $u = A(I_1 + I_3)$,

$$I_1 + I_3 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z(v-a), & 0 \le z < l_0 + l_0\dfrac{a}{v} - at; \\ a\left(l_0 + l_0\dfrac{v}{a} - z - vt\right), & l_0 + l_0\dfrac{a}{v} - at < z \le at; \\ (v+a)(l_0-z), & at < z \le l_0. \end{cases}$$

При $\dfrac{l_0}{a}\left(1+\dfrac{a}{v}\right) < t < \dfrac{l_0}{a} + \dfrac{l_0}{v}$: $u = A(I_3 - I_4)$,

$$I_3 - I_4 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z(v-a), & 0 \le z < l_0 + l_0\dfrac{a}{v} - at; \\ a\left(l_0 + l_0\dfrac{v}{a} - z - vt\right), & l_0 + l_0\dfrac{a}{v} - at < z \le 2l_0 - at; \\ (l_0-z)(a-v), & 2l_0 - at < z \le l_0. \end{cases}$$