Проведенный геометрический анализ формы пролета при движении двух нагрузок позволяет заключить, что максимальный динамический прогиб $u_d^{2\max}$ достигается в момент времени

$$t^{2\max} = t^{1\max} + \frac{l_1}{2v}$$

в точке струны

$$z^{2\max} = z^{1\max} + \frac{l_1}{2}\frac{a}{v}.$$

Тогда

$$u_d^{2\max} = 2u\left(z^{2\max}, t^{2\max}\right) = \frac{Pl_0}{\rho' a v}\left(1 - \frac{l_1}{l_0}\frac{a}{a+v}\right) = \tag{4.56}$$

$$= 2u_d^{1\max}\left(1 - \frac{l_1}{l_0}\frac{a}{a+v}\right) = 2u_c^{1\max}\left(1 - \frac{l_1}{l_0}\frac{a}{a+v}\right)\frac{a}{v}.$$

2. Случай $a/2 \le v < a$ (скорость движения нагрузки меньше скорости распространения волны деформации вдоль струны). Максимальный прогиб.

В отличие от предыдущего случая для суммирования рядов в равенстве (4.53) при $v < a$ недостаточно только этого ограничения на скорость движения нагрузки; при выполнении расчетов необходимо вводить дополнительные ограничения на v. Это является признаком того, что при $v < a$ колебания пролета будут качественно различны в зависимости от того, какому из интервалов

$$\left[\frac{a}{i+1}, \frac{a}{i}\right], \quad i = 1, 2, \ldots$$

принадлежит v. Рассмотрим первый из этих интервалов, т. е. будем считать, что

$$v \in \left[\frac{a}{2}, a\right).$$

Чтобы получить конечное выражение для функции $u(z, t)$, кроме функций I_1–I_4 будем использовать функцию

$$I_5 = -v\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\frac{a\pi t}{l_0}\sin n\frac{\pi z}{l_0} = v\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\frac{a\pi}{l_0}\left(t - \frac{2l_0}{a}\right)\sin n\frac{\pi z}{l_0} =$$

$$= -\frac{v\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z\left(3v - \dfrac{at}{l_0}\right), & 0 < z < at - 2l_0, \quad \left[\dfrac{2l_0}{a} < t < \dfrac{3l_0}{a}\right]; \\ \left(at - 2l_0\right)\left(1 - \dfrac{z}{l_0}\right), & at - 2l_0 \le z \le 4l_0 - at. \end{cases}$$

Опустим некоторые промежуточные вычисления и запишем функцию перемещений $u(z, t)$ на нескольких последовательных временных интервалах.

При $0 \le t \le \dfrac{l_0}{a}$: $u = A\left(I_1 - I_2\right)$,

$$I_1 - I_2 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z\left(v - a\right), & 0 \le z < vt; \\ v\left(z - at\right), & vt \le z < at; \\ 0, & at \le z \le l_0. \end{cases}$$

При $\dfrac{l_0}{a} < t \le \dfrac{2l_0}{a+v}$: $u = -A\left(I_2 + I_4\right)$,

$$I_2 + I_4 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z\left(a - v\right), & 0 \le z < vt; \\ z\left(at - z\right), & vt \le z < \dfrac{2l_0}{a+v}; \\ 2v\left(l_0 - z\right), & \dfrac{2l_0}{a+v} \le z \le l_0. \end{cases}$$

При $\dfrac{2l_0}{a+v} \le t < \dfrac{l_0}{v}$: $u = -A\left(I_2 + I_4\right)$,

$$I_2 + I_4 = \frac{\pi^2}{2l_0}\begin{cases} z\left(a - v\right), & 0 \le z < 2l_0 - at; \\ z\left(a - 2v\right) + v\left(2l_0 - at\right), & 2l_0 - at < z < vt; \\ 2v\left(l_0 - z\right), & vt \le z \le l_0. \end{cases}$$