на Земле и в Космосе

СТРУННЫЕ

Отсюда имеем:

$$u\left(z, t - (i-1)\frac{l}{v}\right) = u\left(z, t - (i-1)(2j-1)\frac{l_0}{f}\right) =$$

$$= u\left(z, t + (i-1)\frac{l_0}{f}\right) = (-1)^{i-1}u(z, t), \quad t > \frac{l_0}{v} + (i-1)\frac{l'}{v}.$$

Тогда из равенства (4.58) получим:

$$u_dig(z,tig)=uig(z,tig)\sum_{i=1}^{i_0}ig(-1ig)^{i-1}=egin{cases}uig(z,tig),&i_0-\ ext{ нечетное};\ 0,&i_0-\ ext{ четное},\ \end{cases}$$
 $t>rac{l_0}{v}+ig(i_0-1ig)rac{l'}{v}.$

Это значит, что в рассматриваемом режиме движения прогиб пролета после прохождения i_0 -й нагрузки равен прогибу после прохождения одной нагрузки, если i_0 нечетно; равен нулю, если i_0 четно, т. е. прогиб ограничен при любом i_0 .

Максимальая скорость движения v равна 0,5a, а минимальное расстояние между нагрузками $l'=0,5l_0$ (по пролету могут одновременно двигаться две нагрузки). Подробный анализ, проведенный для указанных значений v и l', позволяет заключить, что максимальный динамический прогиб пролета u_d^{\max} равен максимальному динамическому прогибу при движении одной нагрузки с этой скоростью, т. е.

$$u_d^{\text{max}} = u_d^{1\text{max}} = 4/9 \, P l_0 / T'.$$

Поскольку в силу равенств (4.44), (4.45)

$$u_{\rm c}^{2{\rm max}}=\frac{9Pl_0}{32T'}; \quad u_{\rm c}^{1{\rm max}}=\frac{Pl_0}{4T'},$$

то

$$u_d^{\text{max}} = \frac{128}{81} u_c^{2\text{max}} = 1,58 u_c^{2\text{max}};$$

$$u_d^{\text{max}} = \frac{16}{9} u_c^{1\text{max}} = 1,78 u_c^{1\text{max}}.$$

3. Случай $\frac{l'}{v}=jt_0;\ v\neq \frac{a}{2k+1};\ j,\ k=1,\,2,\,3,\,....$

Из равенств (4.53), (4.58) следует, что

$$u_d(z,t) = i_0 u(z,t); \quad t > \frac{l_0}{v} + (i_0 - 1) \frac{l_0}{v}.$$

Таким образом, для промежутка времени l'/v, кратного периоду t_0 , динамический прогиб пролета (и, в частности, максимальный динамический прогиб) растет пропорционально количеству прошедших по пролету нагрузок. С практической точки зрения это самый невыгодный режим движения нагрузок, приводящий к резонансной раскачке пролета, для нейтрализации которой требуется надежное демпфирование колебаний.

4. Случай
$$\frac{l'}{v}=\left(j-\frac{1}{2}\right)\!t_0;\ v
eq \frac{a}{2k+1};\ j,\,k=1,\,2,\,3,\,....$$

Для такого режима движения из формул (4.53), (4.58) имеем:

$$\begin{split} u_d\left(z,t\right) &= Av \bigg[\frac{i_0}{2}\bigg] \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + (-1)^n\right) \frac{1}{n^2} \bigg[\sin\frac{na\pi t}{l_0}t + \\ &+ \sin n\pi \bigg(1 + \frac{a}{v} - \frac{at}{l_0}\bigg)\bigg] \sin\frac{n\pi z}{l_0} + \\ &+ Av \bigg(i_0 - 2\bigg[\frac{i_0}{2}\bigg]\bigg) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \bigg[\sin\frac{na\pi t}{l_0} + \sin n\pi \bigg(1 + \frac{a}{v} - \frac{at}{l_0}\bigg)\bigg] \sin\frac{n\pi z}{l_0}, \\ &t > \frac{l_0}{v} + \left(i_0 - 1\right) \frac{l'}{v}. \end{split}$$

Здесь
$$\left\lceil rac{i_0}{2}
ight
ceil$$
 означает целую часть числа $rac{i_0}{2}.$

Анализируя это равенство, можно сделать вывод, что прогиб пролета растет с увеличением числа прошедших по пролету нагрузок, медленнее, чем в предыдущем случае. Тем не менее и этот режим движения приводит к резонансным колебаниям пролета.