Как уже указывалось ранее, поток модулей в первом приближении эквивалентен двум потокам нагрузок, если нагрузки второго потока отстают от соответствующих нагрузок первого на расстоянии l_1, а расстояние между нагрузками в потоках $l' = l_1 = l_2$. Поскольку $l_1 \leq l_0$, то, как легко убедиться, выводы, относящиеся к потокам нагрузок, справедливы и для потока модулей.

4.2.4. Расчет траектории одиночной нагрузки. Максимальный прогиб пролета под нагрузкой

Прогиб пролета при движении одиночной нагрузки дается формулой (4.53):

$$u(z,t) = A\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\left(v\sin\frac{na\pi t}{l_0} - a\sin\frac{nv\pi t}{l_0}\right)\sin\frac{n\pi z}{l_0},$$

$$0 \leq t \leq \frac{l_0}{v}. \tag{4.60}$$

Уравнение траектории одиночной нагрузки, очевидно, запишется в виде:

$$u = W(z), \tag{4.61}$$

где

$$W(z) = u\left(z, \frac{z}{v}\right) = A\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\left(v\sin\frac{na\pi z}{vl_0} - a\sin\frac{n\pi z}{l_0}\right)\sin\frac{\pi z}{l_0}. \tag{4.62}$$

Переходя в равенстве (4.62) к пределу при $v \to 0$, получим:

$$W(x)\Big|_{v=0} = \frac{2Pl_0}{\rho'\pi^2 a^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin^2\frac{n\pi z}{l_0}. \tag{4.63}$$

Этот ряд суммируется с помощью формулы (4.54)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin^2\frac{n\pi z}{l_0} = -\frac{\pi^2}{2l_0^2}z(l_0 - z). \tag{4.64}$$

Так как z – координата нагрузки, то максимальный прогиб пролета при $v = 0$ будет в точке максимума функции (4.64), т. е. для $z = l_0/2$. Подставив это значение в (4.63) и (4.64), получим:

$$W^{\max}\Big|_{v=0} = \frac{Pl_0}{4\rho' a^2} = u_c^{1\max}.$$

Будем теперь считать $0 < v < a$ и запишем функцию (4.62) в виде:

$$W(l_0 y) = B\left[\alpha y(1-y) - \frac{2}{\pi^2}J_1(y)\right] = W_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1. \tag{4.65}$$

Здесь

$$\alpha = \frac{a}{v}; \quad y = \frac{z}{l_0}; \quad B = \frac{Pl_0\alpha}{\rho' a^2(\alpha^2 - 1)};$$

$$J_1(y) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n\alpha\pi y\,\sin n\pi y.$$

Учитывая, что

$$J_1(y) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\sin n(\alpha\pi y - 2\pi k)\sin n\pi y, \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

просуммируем этот ряд с помощью формулы (4.54) для всех $0 \leq y \leq 1$.

$$J_1(y) = \frac{\pi^2}{2}\begin{cases} f_2(0,y), & 0 \leq y \leq \dfrac{2}{\alpha+1}; \\ f_1(1,y), & \dfrac{2}{\alpha+1} \leq y \leq \dfrac{2}{\alpha-1}; \\ f_2(1,y), & \dfrac{2}{\alpha-1} \leq y \leq \dfrac{2}{\alpha+1}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ f_1(n,y), & \dfrac{2n}{\alpha+1} \leq y \leq \dfrac{2n}{\alpha-1}; \\ f_2(n,y), & \dfrac{2n}{\alpha-1} \leq y \leq \dfrac{2n}{\alpha+1}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \end{cases} \tag{4.66}$$