4.3.1. Одиночная нагрузка на СТЛ с разрезным корпусом

Рассмотрим многопролетную СТЛ со свободно опертым корпусом, имеющим разрезы над опорами. В одно целое линия объединена натянутыми струнами. Очевидно, что в этом случае каждый пролет будет колебаться независимо от остальных и задача сводится к решению системы (4.39) в интервале $0 \le z \le l_0$ при соответствующих граничных и начальных условиях. Опоры будем считать жесткими, а нижнюю струну – скрепленной с корпусом СТЛ в начальной и конечной точках пролета. Отсюда вытекают следующие граничные и начальные условия:

$$\text{при } z = 0,\ l_0 : u = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0;\ u_2 = 0; \tag{4.68}$$

$$\text{при } t = 0,\ l_0 : u_1 = \frac{\partial u_1}{\partial t} = 0;\ u_2 = \frac{\partial u^2}{\partial t} = 0. \tag{4.69}$$

Предположим, что площадь сечения корпуса СТЛ не зависит от координаты z. Тогда уравнения движения (4.39) примут вид:

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + EI\mu'\frac{\partial^5 u}{\partial t \partial z^4} + \rho_s\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - T_1\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} +$$

$$+E_2\left(1 + \mu_2'\frac{\partial}{\partial t}\right)(u - u_2) = P\delta(z - vt)\sigma\left(0, \frac{l_0}{v}\right); \tag{4.70}$$

$$\rho_2\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - T_2\frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} + E_2\left(1 + \mu_2\frac{\partial}{\partial t}\right)(u - u_2) = 0.$$

Будем искать решения системы (4.70) в виде тригонометрических рядов

$$u(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\sin\frac{n\pi z}{l_0};$$

$$u_2(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_{2n}(t)\sin\frac{n\pi z}{l_0}. \tag{4.71}$$

Учитывая, что

$$\delta(z - vt) = \frac{2}{l_0}\sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\sin\frac{n\pi vt}{l_0}\sin\frac{n\pi z}{l_0},$$

получим для определения неизвестных коэффициентов $q_n(t)$, $q_{2n}(t)$ систему уравнений (штрих означает производную по времени):

$$q_n'' + \left(n_1^4 E_{11}\mu'\right)q_n' - E_{21}\mu_2 q_{2n}' + \left(n_1^4 E_{11} + n_1^2 T_{11} + E_{21}\right)q_n - E_{21}q_{2n} = \varphi_n(t); \tag{4.72}$$

$$q_{2n}'' + E_{22}\mu_2' q_{2n}' + E_{22}\mu_2 q_n' + \left(n_1^2 T_{22} + E_{22}\right)q_{2n} - E_{22}q_n = 0.$$

Здесь

$$\varphi_n(t) = A\sin\frac{n\pi vt}{l_0}\sigma\left(0, \frac{l_0}{v}\right);\quad A = \frac{2P}{\rho_s l_0};\quad n_1 = \frac{n\pi}{l_0};$$

$$E_{11} = \frac{EI}{\rho_s};\quad E_{21} = \frac{E_2}{\rho_s};\quad E_{22} = \frac{E_2}{\rho_2};\quad T_{11} = \frac{T_1}{\rho_s};\quad T_{22} = \frac{T_2}{\rho_2}.$$

Для решения уравнений (4.72) с нулевыми начальными условиями применим интегральное преобразование Лапласа [33]. В результате для трансформант искомых функций получим систему уравнений:

$$\tilde{q}_n(\lambda)\left[\lambda^2 + \lambda\left(n_1^4 E_{11}\mu' + E_{21}\mu_2\right) + n_1^4 E_{11} + n_1^2 T_{11} + E_{21}\right] -$$

$$- \tilde{q}_{2n}(\lambda)\left[\lambda E_{21}\mu_2 + E_{21}\right] = \tilde{\varphi}_n(\lambda);$$

$$-\tilde{q}_n(\lambda)\left[\lambda E_{22}\mu_2 + E_{22}\right] + \tilde{q}_{2n}(\lambda)\left[\lambda^2 + \lambda E_{22}\mu_{22} + n_1^2 T_{22} + E_{22}\right] = 0,$$

решение которой имеет вид:

$$\tilde{q}_n(\lambda) = \tilde{\varphi}_n\tilde{q}_n(\lambda);\quad \tilde{q}_{2n}(\lambda) = \tilde{\varphi}_n\tilde{q}_{2n}(\lambda), \tag{4.73}$$

где

$$\tilde{\varphi}_n(\lambda) = \int_0^{\infty}\varphi_n(t)\exp(-\lambda t)dt; \tag{4.74}$$

$$\tilde{q}_n(\lambda) = \frac{\lambda^2 + n_1^2 T_{22} + E_{22}(\lambda\mu_2 + 1)}{\Delta(\lambda)};\quad \tilde{q}_{2n}(\lambda) = \frac{E_{22}(\lambda\mu_2 + 1)}{\Delta(\lambda)};$$