При нечетном n $\varphi_n(t)$ (4.103) – четная функция, а при четном n – нечетная. Тогда $\varphi_n(t)$ можно аппроксимировать рядами

$$\varphi_n(t) = \frac{1}{2}A_{n0} + \sum_{k=1}^{\infty} A_{nk}\cos\varepsilon_k t, \quad t \ge 0,\ n \text{ – нечетное;} \tag{4.104}$$

$$\varphi_n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} S_{nk}\cos\varepsilon_k t, \quad t \ge 0,\ n \text{ – четное,} \tag{4.105}$$

где

$$A_{nk} = \frac{2}{t^2}\int_{t^3}^{t_1+t_3} \sin\gamma_n(t-t_3)\cos\varepsilon_k t\,dt, \quad n \text{ – нечетное, } k = 0, 1, \ldots; \tag{4.106}$$

$$S_{nk} = \frac{2}{t^2}\int_{t^3}^{t_1+t_3} \sin\gamma_n(t-t_3)\sin\varepsilon_k t\,dt, \quad n \text{ – четное, } k = 1, 2, \ldots; \tag{4.107}$$

$$\gamma_n = \frac{n\pi v}{l_0}; \quad \varepsilon_k = \frac{k\pi}{t^2} = \alpha\gamma_k; \quad \alpha = \frac{l_0}{l}.$$

Вычислив интегралы (4.106), (4.107), найдем коэффициенты ряда $A_{n0} = \dfrac{4\alpha}{\pi n}$:

$$A_{nk} = \begin{cases} 0, & k \text{ – нечетное;} \\ \dfrac{4\dfrac{\alpha}{\pi}n(-1)^{k/2}\cos\dfrac{k\pi\alpha}{2}}{n^2-(\alpha k)^2}, & k \text{ – четное, } n \text{ – нечетное;} \end{cases}$$

$$S_{nk} = \begin{cases} 0, & k \text{ – нечетное;} \\ \dfrac{4\dfrac{\alpha}{\pi}n(-1)^{k/2+1}\sin\dfrac{k\pi\alpha}{2}}{n^2-(\alpha k)^2}, & k, n \text{ – четные.} \end{cases}$$

Заметим, что при $\alpha = 1$ имеем:

$$A_{nk} = \frac{\dfrac{4n}{\pi}}{n^2-k^2}; \quad S_{nk} = \begin{cases} 0, & n \ne k; \\ 1, & n = k. \end{cases}$$

Систему (4.103) решаем с помощью преобразования Лапласа. Учитывая нулевые начальные условия, получим:

$$\tilde{q}(\lambda) = A\tilde{\varphi}_n(\lambda)D_n(\lambda), \tag{4.108}$$

где

$$D_n(\lambda) = \frac{\lambda^2 + n_1^2 T_{22} + E_{22}(1+\mu_2\lambda)}{\Delta_n(\lambda)}; \tag{4.109}$$

$$\tilde{\varphi}_n(\lambda) = \begin{cases} \dfrac{A_{n0}}{2\lambda} + \sum\limits_{k=2}^{\infty} A_{nk}\dfrac{\lambda}{\lambda^2+\varepsilon_k^2}, & n \text{ – нечетное, } k \text{ – четное;} \\ \sum\limits_{k=2}^{\infty} S_{nk}\dfrac{\varepsilon_k}{\lambda^2+\varepsilon_k^2}, & k, n \text{ – четные.} \end{cases} \tag{4.110}$$

Поскольку нас интересует установившееся движение пролета, то при нахождении $q_n(t)$ из равенства (4.108) необходимо учесть лишь полюсы функции $\varphi_n(\lambda)$. Применяя к равенству (4.108) обратное преобразование Лапласа, найдем:

$$q_n(t) = \begin{cases} \dfrac{A_{n0}D_n(0)}{\eta} + \sum\limits_{k=2}^{\infty} A_{nk}\left[\operatorname{Re}D_n(i\varepsilon_k)\cos\varepsilon_k t + \operatorname{Im}D_n(i\varepsilon_k)\sin\varepsilon_k t\right], \\ \qquad n \text{ – нечетное, } k \text{ – четное;} \\ \sum\limits_{k=2}^{\infty} S_{nk}\left[\operatorname{Re}D_n(i\varepsilon_k)\sin\varepsilon_k t + \operatorname{Im}D_n(i\varepsilon_k)\cos\varepsilon_k t\right]A_{nk}, \\ \qquad n, k \text{ – четные.} \end{cases} \tag{4.111}$$

Здесь

$$\operatorname{Re}D_n(i\varepsilon_k) = \frac{R_{1n}R_n - J_{1n}J_n}{R_n^2 + J_n^2}; \quad \operatorname{Im}D_n(i\varepsilon_k) = \frac{J_{1n}R_n + J_nR_{1n}}{R_n^2 + J_n^2};$$

$$R_{1n} = n_1^2T_{22} + E_{22} - \varepsilon_k^2; \quad J_{1n} = E_{22}\mu_2;$$

$$R_n = \varepsilon_k^4 - a_2\varepsilon_k^2 + a_0; \quad J_n = (a_1 - a_3\varepsilon_k^2)\varepsilon_k.$$