или

$$V_0 > \left(1 + \frac{m_0}{m_\text{р}}\right)^{1/2} V_1.$$

Пусть, например, $\mu_1 = 0{,}3$; при значениях $R = 6{,}37 \times 10^6$ м, $g = 9{,}814$ м/с^2 имеем: $V_0 = \sqrt{1{,}3}\,V_1 = 9 \times 10^3$ м/с = 9 км/с. Для начала подъема системы «ротор – оболочка» в случае $m_0 = 0{,}3m_\text{р}$ необходимо разогнать ротор по отношению к эстакаде до относительной скорости

$$V_r = V_0 - V_e > 8{,}54 \text{ км/с},$$

где V_0 – абсолютная скорость; $V_e = \Omega R = 0{,}46$ км/с – переносная скорость; Ω – угловая скорость Земли.

Радиальное ускорение при этом невелико; пусть $V_r = 9{,}54$ км/с, $V_{\text{р}0} = 10$ км/с, $\beta = 1{,}6$, $\mu_1 = 0{,}3$, тогда $\ddot{r}_0 = 0{,}233g = 2{,}28$ м/с^2. В дальнейшем при расширении ротора и оболочки это ускорение уменьшается, поэтому радиальная скорость при движении в атмосфере будет небольшой, а сопротивление атмосферы невелико.

1.4. Динамика системы «ротор – оболочка» при движении в атмосфере

Заменяя в уравнении (1.3) $\dot{\varphi}$ с помощью интеграла (1.6) и переходя к безразмерному радиусу $x = r/R \geq 1$, запишем дифференциальное уравнение радиального движения системы в атмосфере:

$$\ddot{x} = F(x) - K_0(x-1) - p\dot{x}^2 \exp\left[\alpha_\text{п}(x-1)\right], \tag{1.7}$$

где

$$F(x, \mu_1) = \frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta}{1+\mu_1}\frac{1}{x} - 1\right);$$

$$q = \frac{g}{R}; \quad K_0 = \frac{2\pi Cl}{mR}; \quad p = \frac{k_\text{ф}\rho_0 R}{m}. \tag{1.8}$$

Радиальное ускорение $\ddot{x}$ убывает от начального значения

$$\ddot{x}_0 = F(1, \mu_1) = q\left(\frac{\beta}{1+\mu_1} - 1\right)$$

до значения $\ddot{x}_1 = F(x_1, \mu_1) - K_0(x_1 - 1)$ в положении $x_1 = 1 + H/R$, где влияние атмосферы исчезает, и происходит сброс оболочки. При этом возможны случаи $\ddot{x}_1 \geq 0$ и $\ddot{x}_1 < 0$. В первом случае очевидно ограничение

$$K_0 \leq \frac{F(x_1, \mu_1)}{x_1 - 1}.$$

Используя соотношение (1.8), это ограничение можно выразить через начальные параметры системы.

Во втором случае необходимо обеспечить условие неотрицательности радиальной скорости $\dot{x}$, что будет рассмотрено ниже.

Умножим обе части уравнения (1.7) на dx; левая часть при этом преобразуется к виду $\ddot{x}dx = d\left(\frac{\dot{x}^2}{2}\right)$. Проинтегрируем полученное соотношение с пределами $x_0 = 1$ и x, $\dot{x}_0 = 0$ и $\dot{x}_0$. В результате найдем выражение радиальной скорости на этапе движения системы в атмосфере:

$$\dot{x}^2 = (x - x_0)\left[\frac{q}{x}\left(\frac{\beta}{1+\mu_1}\frac{x+x_0}{x} - 2\right)\right] - 2a(x, x_0), \tag{1.9}$$

где $a(x, x_0) = p\int \dot{x}^2 \exp\left[-\alpha_\text{п}(x-1)\right]dx$ – часть работы сил сопротивления атмосферы, приходящаяся на единицу массы ротора – оболочки.

Определяя из (1.9) x и умножая на R, найдем размерную радиальную скорость $V_\text{рад} = R\dot{x}(x)$.

Радиальная скорость $\dot{x}$ возрастает на этапе движения в атмосфере $[x_0, x_1]$ от значения $\dot{x}_0 = 0$ до некоторого максимального. Если $\ddot{x}_1 \geq 0$, то максимальное значение достигается в положении x_1. Если $\ddot{x}_1 < 0$, то в положении x', $x_0 < x' < x_1$; ускорение $\ddot{x}'$ обращается в нуль, а затем становится отрицательным.

Уравнение (1.7) допускает точное решение. После несложных преобразований и введения обозначений

$$u(x) = \dot{x}^2; \quad f_1(x) = p\exp\left[-\alpha_\text{п}(x-1)\right];$$