без участия сил трения. При исследовании пренебрегаем влиянием атмосферы как на радиальное, так и на вращательное движение ротора. Такая ситуация возможна, например, при старте ротора с поверхности Луны, Марса или спутников больших планет. Тогда оболочка, предназначенная для защиты ротора от воздействия атмосферы, не нужна, а ротор разделяется на фрагменты в момент начала его радиального движения.

Уравнение радиального движения ротора в этом случае имеет вид:

$$\ddot{x} - F(x, 0) = 0, \quad x \geq x_0 \tag{1.20}$$

с начальными условиями

$$x_0 = 1; \quad \dot{x}_0 = 0. \tag{1.21}$$

Интегрируя уравнение (1.20) при условиях (1.21), получим:

$$\dot{x}^2 = \frac{q}{x}(x-1)\left(\beta\frac{x+1}{x} - 2\right), \quad x \geq 1, \quad \beta > 1,$$

или

$$\dot{x}(x) = \frac{1}{x}\left\{q(x-1)\left[(\beta-2)x + \beta\right]\right\}^{1/2}, \quad x \geq 1. \tag{1.22}$$

После разделения переменных и интегрирования определим время движения:

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}}\int_1^x \frac{x\,dx}{\left[(\beta-2)x^2 + 2x - \beta\right]^{1/2}}. \tag{1.23}$$

Интеграл в (1.23) согласно [3] вычисляется в зависимости от значения β. Если $\beta < 2$, то

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}(2-\beta)}\left\{\frac{1}{(2-\beta)^{1/2}}\left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1-(2-\beta)x}{\beta-1}\right] - \right.$$

$$\left. - \left[2x - \beta - (2-\beta)x^2\right]^{1/2}\right\}. \tag{1.24}$$

Если $\beta > 2$, то

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}(\beta-2)}\left\{\left[(\beta-2)x^2 + 2x - \beta\right]^{1/2} - \frac{1}{\beta-2} \times \right.$$

$$\left. \times \ln\frac{\left\{(\beta-2)\left[(\beta-2)x^2 + 2x - \beta\right]\right\}^{1/2} + (\beta-2)x + 1}{\beta-1}\right\}. \tag{1.25}$$

Наконец, если $\beta = 2$:

$$t = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{q}\right)^{1/2}(x+2)(x-1)^{1/2}. \tag{1.26}$$

Анализ найденных зависимостей приводит к следующим результатам.

1. Ускорение радиального движения $\ddot{x}$ согласно (1.20) обращается в нуль в единственной точке $x = \beta$. Если $x < \beta$, то $\ddot{x} > 0$, и ротор расширяется; если $x > \beta$, то $\ddot{x} < 0$, и ротор замедляет свое движение; а при $\dot{x} > 0$ – сужается. Следовательно, устойчивая орбита, где отсутствует радиальное движение ротора, может быть только в положении $x_k = \beta$.

Используя выражение β, найдем:

$$V_0 = (x_k gR)^{1/2} = (x_k)^{1/2} V_1, \tag{1.28}$$

стартовую скорость ротора, необходимую для достижения относительной орбиты $x_k = r_k/R$. Здесь g, R, V_1 – соответственно, ускорение свободного падения, радиус и первая космическая скорость небесного объекта, с которого стартует ротор (Луна, Марс и другие, включая Землю, если пренебречь действием атмосферы).

2. Скорость радиального движения $\dot{x}$,определяемая соотношением (1.22), имеет более сложную зависимость от координаты x. На постоянной орбите эта скорость отсутствует, поэтому рассмотрим условие $x = 0$. Это условие выполняется в точке $x = 1 = x_0$, т. е. в начале радиального движения, что согласуется с начальными условиями (1.21).

Обращение подкоренного выражения (1.22) в нуль в точке $x_k = \beta$ приводит к результату $\beta = 1$, или $x_k = x_0$, следовательно, орбита совпадает в этом случае с исходным положением ротора. Значение $V_0 = V_1$, как известно, достаточно только для уравновешивания центробежной силой силы тяжести на поверхности планеты.