Используя формализм Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений движения элемента системы в плотных слоях атмосферы на участке $[r_0, r']$:

$$\left(m_р - m_0\right)\ddot{r} = m_р r\dot{\varphi}^2 + m_0 r\dot{\varphi}^2 - \left(m_р + m_0\right)\frac{gR^2}{r^2} -$$

$$- 2\pi l\left(C + C_0\right)\left(\frac{r}{R} - 1\right) - \lambda\rho_0\dot{r}^2\exp\left[-\alpha_п\left(\frac{r}{R} - 1\right)\right]; \qquad (2.1)$$

$$m_р\left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right) = 0; \qquad (2.2)$$

$$m_0\left(r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi}\right) = 0. \qquad (2.3)$$

Начальные условия движения

$$r_{р0} = R_з; \quad \dot{r}_0 = 0; \quad \varphi_0 = 0; \quad \dot{\varphi}_0 = \omega_0; \quad \dot{\psi}_0 = \omega_з.$$

Уравнения (2.2) и (2.3) имеют первые интегралы, представляющие собой законы сохранения кинетического момента ротора и оболочки:

$$r^2\dot{\varphi} = r_0^2\omega_{р0} = V_0 R;$$

$$r^2\dot{\psi} = r_0^2\omega_з = V_e R,$$

где $V_e = \omega_з R$ – линеная скорость вращательного движения точек экватора. Отсюда

$$\dot{\varphi} = \omega_0\frac{R^2}{r^2} = \frac{\omega_0}{x^2}; \quad \dot{\psi} = \Omega\frac{R_з^2}{r^2} = \frac{\omega_з}{x^2}. \qquad (2.4)$$

Подставляя (2.4) в (2.1), получим уравнение радиального движения системы:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta_0}{x} - 1\right) - K_0\left(x - 1\right) - p_0\dot{x}^2\exp\left[-\alpha_п\left(x - 1\right)\right], \qquad (2.5)$$

где $\dot{x} = \dfrac{\dot{r}}{R}$; $\ddot{x} = \dfrac{\ddot{r}}{R}$; $x' = x_0 + \Delta x$; $\Delta x = \dfrac{H}{R}$; $x_0 \le x \le x'$; $H_а$ – высота плотных слоев атмосферы;

$$q = \frac{g}{R}; \quad K_0 = \frac{2\pi l\left(C + C_0\right)}{mR\left(1 + \mu_0\right)} = \frac{K}{1 + \mu_0}; \quad \mu_0 = \frac{m_0}{m}; \qquad (2.6)$$

$$p_0 = \frac{\lambda_1\rho_0 R_з}{m\left(1 + \mu_0\right)} = \frac{p}{1 + \mu_0}; \quad \beta_0 = \frac{V_0^2 + \mu_0 V_e^2}{V_1^2\left(1 + \mu_0\right)} = \frac{\beta + \mu_0\beta_e}{1 + \mu_0};$$

$$\beta = V_0^2/V_1^2; \quad \beta_e = V_e^2/V_1^2; \quad V_1^2 = gR.$$

Здесь V_1 – первая космическая скорость. Начальные условия радиального движения системы

$$x_0 = 1; \quad \dot{x}_0 = 0. \qquad (2.7)$$

Очевидное условие радиального движения системы $\ddot{x}(x_0) > 0$ приводит с учетом (2.5), (2.6) и (2.7) к соотношению $\beta_0 > x_0$ или

$$V_0 > V_1\left[\left(1 + \mu_0\right)x_0 - \mu_0\beta_e\right]^{1/2}. \qquad (2.8)$$

Решим неравенство (2.8) относительно парамера μ_0:

$$\mu_0 < \frac{\beta - x_0}{x_0 - \beta_e} = \frac{V_0^2 - V_1^2}{V_1^2 - V_e^2}.$$

Отсюда следует ограничение на выбор начальной массы элемента оболочки

$$m_0 < m\frac{V_0^2 - V_1^2}{V_1^2 - V_e^2}. \qquad (2.9)$$

Если в (2.9) знак неравенства заменить знаком равенства, то получим значение критической массы элемента оболочки $m_0 = m_{кр}$, когда при любой стартовой скорости V_0 система не может начать радиальное движение. Например, для V_0 = 10 км/с, V_1 = 7,8 км/с, V_e = 0,46 км/с получим $m_{кр} = 0{,}59m$.