2.2. Динамика радиального движения системы в атмосфере

Уравнение радиального движения элемента ротора – оболочки (2.5) не содержит переменных φ и ψ. Это позволяет, несмотря на нелинейность уравнения, проинтегрировать его в квадратурах и исследовать динамику системы в плотной атмосфере, а затем в открытом космосе. Определив зависимость радиальной скорости $\dot{x}$, радиального ускорения $\ddot{x}$, времени движения t, а также согласно (2.4) угловых скоростей $\dot{\varphi}$, $\dot{\psi}$ и углов φ и ψ от положения ротора x, можно управлять движением системы «ротор – оболочка», задавать параметры системы и характеристики движения и выявить условия его осуществления.

Представив левую часть уравнения (2.5) в виде

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\dot{x}^2}{2}\right) = \frac{1}{2}\frac{du}{dx} = \frac{1}{2}u',$$

получим дифференциальное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами относительно $u(x) = \dot{x}^2$:

$$u' + f_1(x)u = f_2(x), \quad f_1(x) = 2p_0\exp\left[-\alpha_п(x-1)\right];$$
$$f_2 = 2\left[\frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta_0}{x} - 1\right) - K_0(x-1)\right]. \tag{2.10}$$

Учитывая, что $u_0 = \dot{x}^2 = 0$, решение уравнения (2.10) имеет вид [9]:

$$u(x) = \exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п(x-1)\right\}\right]\int_{x_0}^{x} f_2(x)\exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п(x-1)\right\}\right]dx.$$

Подставляя сюда выражение $f_2(x)$ и интегрируя почленно, найдем:

$$u(x) = \dot{x}^2 = 2\exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п(x-1)\right\}\right]\left[q\beta_0 J_1(x) - qJ_2(x) - K_0 J_3(x)\right];$$

$$J_1(x) = \int_{x_0}^{x}\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п(x-1)\right\}\right]\frac{dx}{x^3};$$

$$J_2(x) = \int_{x_0}^{x}\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п(x-1)\right\}\right]\frac{dx}{x^2};$$

$$J_3(x) = \int_{x_0}^{x}(x-1)\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п(x-1)\right\}\right]dx,$$

$$x_0 \le x \le x'.$$

Кинематические характеристики движения системы «ротор – оболочка» в атмосфере описываются соотношениями

$$\dot{x} = \sqrt{u(x)}; \quad dt = \frac{dx}{\dot{x}}; \quad t(x) = \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{\dot{x}}. \tag{2.11}$$

Согласно уравнениям (2.4)

$$\varphi(x) = \omega_0\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{\dot{x}x^2}; \quad \psi(x) = \omega_з\int_{x_0}^{x}\frac{dx}{\dot{x}x^2}.$$

В конечной точке этапа движения в атмосфере $x' = x_0 + \Delta x = 1 + \Delta x$, когда пренебрегается плотностью атмосферы

$$\exp\left[-\alpha_п(x'-1)\right] = \exp\left(-\alpha_п\Delta x\right) \to 0;$$

$$\exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_п}\exp\left\{-\alpha_п\Delta x\right\}\right] = 1,$$

откуда

$$\dot{x}(x') = \left\{2\left[q\beta_0 J_1(x') - qJ_2(x') - K_0 J_3(x')\right]\right\}^{1/2}. \tag{2.12}$$

Определим упругие силы, действующие в точке x' на концах элемента:

$$F_{упр}(x') = 2\pi R(C + C_0)(x'-1) = 2\pi R(C + C_0)\Delta x \tag{2.13}$$

и равнодействующую этих сил