

Переходя к безразмерной координате $x = r/R$ и используя обозначения

$$q = \frac{g}{R}; \quad \beta = \frac{V_0^2 \cos^2 \psi_0}{gR} = \frac{V_0^2}{V_1^2} \cos^2 \psi_0; \quad f = \frac{F}{mR}; \quad p = \frac{P}{mR},$$

получаем с учетом интеграла (3.6), выражений (3.2) и после некоторых преобразований уравнений (3.4) и (3.5):

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= \frac{(q\beta)^{1/2}}{x^2 \cos^2 \psi}; \\ \ddot{x} &= \frac{q}{x^2} \left(\frac{\beta}{x \cos^2 \psi} - 1 \right) + \dot{\psi}^2 x - \begin{cases} 0; \\ 0; \\ f \cos \psi; \end{cases} \quad (3.7) \\ \ddot{\psi} + 2\dot{\psi} \frac{\dot{x}}{x} + q\beta \frac{\sin \psi}{x^4 \cos^3 \psi} &= \begin{cases} 0; \\ \frac{p}{x}; \\ \frac{f}{x} \sin \psi. \end{cases} \end{aligned}$$

Как уже отмечено, силы P и F не только диссипативные, но и управляют движением ротора: полагаем их и зависящие от них величины P и f функциями координаты x :

$$P = P(x); \quad p = p(x); \quad F_1 = F_1(x); \quad f = f(x).$$

Задачу о маневрировании ротора сведем к определению стартовой скорости V_0 и функций $P(x)$, $F_1(x)$ при условиях: ротор, не столкнувшись ни с одним из препятствий, должен выйти в плоскости Π_1 на орбиту, определяемую заданной координатой x_* , в кольцевой окрестности которой отсутствуют какие-либо препятствия; угловое и радиальное движения должны быть погашены в заданном положении x_* :

$$\psi(x_*) = \dot{\psi}(x_*) = \ddot{\psi}(x_*) = 0; \quad \dot{x}(x_*) = \ddot{x}(x_*) = 0. \quad (3.8)$$

Вторая задача о выводе ротора из зоны притяжения планеты может быть сформулирована, как определение такого значения V_0 , чтобы ротор,

пройдя область препятствий и не столкнувшись с ними, покинул зону притяжения планеты. Вводить диссипативные силы в этом случае нет необходимости; более того, они здесь нежелательны, так как, тормозя движение ротора, приводят к энергетическим потерям.

3.3. Методика решения задачи

Система двух нелинейных дифференциальных уравнений (3.7) относительно координат X и Y содержит неизвестные пока функции управления $p = p(x)$ и $f = f(x)$. Кроме начальных условий (3.1) имеются конечные условия (3.8).

Наметим методику решения задачи.

1. Ограничиваясь случаем малых значений угла ψ и его первой производной $\dot{\psi}$, линеаризуем уравнение системы (3.7).

2. Переходим к новой независимой переменной – безразмерной радиальной координате x .

3. Определяем схему движения ротора при обходе препятствий и выходе в кольцевую окрестность заданной орбиты. При этом возможно разделение этапов гашения двух движений ротора: сначала гасится движение по углу ψ , затем – радиальное движение по координате x .

Линеаризованные по ψ и $\dot{\psi}$ два последних уравнения системы (3.7) принимают вид:

$$\ddot{x} = F(x, 0) - \begin{cases} 0; \\ 0; \\ f; \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\ddot{\psi} + 2\dot{\psi} \frac{\dot{x}}{x} + q\beta \frac{\psi}{x^4} = \begin{cases} 0; \\ p/x; \\ f \psi/x. \end{cases} \quad (3.10)$$

Первое уравнение содержит только переменную x и ее вторую производную, а в III режиме – управляющую функцию $f(x)$.

Интегрируя это уравнение с пределами от $x_0 = 1$ до x , получим:

$$\dot{x}^2 = \frac{q}{x} (x-1) \left[\beta \left(1 + \frac{1}{x} \right) - 2 \right] - 2 \int_{x_0}^x f(x) dx, \quad (3.11)$$