где слагаемое, содержащее интеграл, добавляется только на третьем фрикционном режиме движения ротора.

Уравнения (3.9) и (3.11) определяют радиальное ускорение $\ddot{x}$ и радиальную скорость $\dot{x}$ в зависимости от положения x ротора (и управления $f(x)$ в III режиме).

Полагаем ψ сложной функцией времени t; т. е. $\psi = \psi(x\,(t))$. Тогда

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \psi'\dot{x}; \tag{3.12}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\psi'\dot{x}\right) = \psi''\dot{x}^2 + \psi'\ddot{x}^2, \tag{3.13}$$

где штрихами обозначены производные по x, а точками – производные по t.

Подставляем (3.12), (3.13) в уравнение (3.10), получим:

$$\psi''\dot{x}^2 + \psi'\left(\ddot{x} + 2\frac{\dot{x}^2}{x}\right) + \psi\frac{q\beta}{x^4} = \begin{cases} 0; \\ p/x; \\ f\,\psi/x, \end{cases} \tag{3.14}$$

где $\ddot{x}$ и $\dot{x}^2$ имеют вид (3.9) и (3.11).

Уравнение (3.14) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка относительно $\psi(x)$ с переменными правыми частями, содержащими управляющие параметры $p(x)$ и $f(x)$ на II и III режимах движения ротора.

3.4. Динамика свободного движения ротора. Решение задачи о выводе ротора из зоны притяжения планеты

Первый режим движения ротора – свободный, без диссипативных сил расширения телескопически соединенных фрагментов. В этом случае уравнения (3.9), (3.11) принимают вид:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^3}(\beta - x); \quad \dot{x}^2 = q\frac{x-1}{x^2}\left[(\beta-2)x + \beta\right]; \tag{3.15}$$

$$x^2\psi''\left[(\beta-2)x^2 + 2x - \beta\right] + x\psi'\left[2(\beta-2)x^2 + 3x - \beta\right] + \psi\beta = 0. \tag{3.16}$$

Для определения функции $\psi = \psi(x)$ получено линейное дифференциальное уравнение второго порядка с полиномиальными коэффициентами. Частное решение $\psi_1(x)$ ищем также в виде полинома [9]:

$$\psi_1(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n, \tag{3.17}$$

степень n которого определяется при подстановке (3.17) в (3.16) и приравнивании нулю коэффициента при старшей степени. Находим $n = -1$, тогда

$$\psi_1 = \frac{1}{x} + a, \tag{3.18}$$

где постоянная $a = -1/\beta$ определяется подстановкой (3.18) в уравнение (3.16).

Второе частное решение имеет вид:

$$\psi_2 = \psi_1 - \int\frac{\exp\left[-\int h(x)dx\right]}{\psi_1^2(x)}dx, \tag{3.19}$$

где

$$h(x)dx = \frac{2(\beta-2)x^3 + 3x^2 - \beta x}{(\beta-2)x^4 + 2x^3 - \beta x^2}dx = \frac{1}{2}\frac{du}{u},$$

если знаменатель дроби обозначить $u(x)$. Тогда

$$\int h(x)dx = \frac{1}{2}\ln u;$$

$$\psi_2(x) = \beta^2\psi_1(x)\int\frac{x\,dx}{(\beta-x)^2\left[(\beta-2)x^2 + 2x - \beta\right]^{1/2}}. \tag{3.20}$$

Выполнив последовательно замены:

$$\frac{1}{\beta - x} = z; \quad \beta z - 1 = y; \quad y^2 = S,$$

сводим интеграл в (3.20) к табличному